



# UNIPRÉ

PREPARATÓRIO MILITAR



## Física – Módulo I

Aula 01 a 07



|  |           |
|--|-----------|
| <b>Aula 01 - Introdução à Física .....</b>                         | <b>4</b>  |
| Exercícios - Introdução .....                                      | 7         |
| <b>Aula 02 - Movimento Uniforme .....</b>                          | <b>9</b>  |
| Velocidade de um móvel .....                                       | 10        |
| Movimento Uniforme .....   | 11        |
| Exercícios - Movimento Uniforme I .....                            | 13        |
| Exercícios - Movimento Uniforme II - Dirigido .....                | 17        |
| <b>Aula 03 - Movimento Uniformemente Variado - MUV .....</b>       | <b>19</b> |
| Aceleração Escalar Média .....                                     | 19        |
| Aceleração Escalar Instantânea .....                               | 20        |
| Exercícios - Movimento Uniformemente Variado - MUV.....            | 23        |
| Exercícios - Movimento Uniformemente Variado – MUV - Dirigido..... | 32        |
| <b>Aula 04 - Movimento Vertical .....</b>                          | <b>36</b> |
| Exercícios – Movimento Vertical.....                               | 39        |
| Exercícios – Movimento Vertical - Dirigido .....                   | 41        |
| <b>Aula 05 - Lançamentos.....</b>                                  | <b>45</b> |
| Lançamento Horizontal .....  | 45        |
| Lançamento Oblíquo.....  | 46        |
| Exercícios – Lançamentos .....                                     | 48        |
| Exercícios – Lançamentos - Dirigido.....                           | 52        |
| <b>Aula 06 - Vetores .....</b>                                     | <b>54</b> |
| Exercícios – Vetores .....   | 58        |
| Exercícios – Vetores – Dirigido.....                               | 62        |
| <b>Aula 07 - Movimento Circular Uniforme - MCU.....</b>            | <b>67</b> |
| Exercícios - Movimento Circular Uniforme – MCU .....               | 70        |
| Exercícios - Movimento Circular Uniforme – MCU - Dirigido.....     | 76        |



# ASSUNTOS COBRADOS +



## EEAr - Escola de Especialistas de Aeronáutica

| Assunto          | Porcentagem |
|------------------|-------------|
| Eletricidade     | 13,89%      |
| Cinemática       | 12,96%      |
| Óptica           | 11,57%      |
| Dinâmica         | 11,11%      |
| Ondas/Acústica   | 11,11%      |
| Hidrostática     | 10,65%      |
| Estática         | 10,65%      |
| Calor            | 10,19%      |
| Eletromagnetismo | 7,87%       |





## AULA 01 - INTRODUÇÃO À FÍSICA

A física é uma ciência exata, que estuda os fenômenos da natureza procurando explicá-los matematicamente, de modo que possamos tentar entender e prever eventos futuros. Basicamente o que se faz na física é medir grandezas. **Uma grandeza é qualquer coisa que possa ser medida.**

- **Por exemplo:** a altura de uma pessoa pode ser medida – portanto, altura é uma grandeza.

**Existem grandezas que ficam bem explicadas** somente dizendo o seu valor e sua unidade.

- Tais grandezas são ditas **escalares**.
- **Por exemplo,** a temperatura de uma pessoa pode ser expressa somente por 37° C.

**Outras grandezas não ficam bem descritas** somente com o seu valor e uma unidade.

- Tais grandezas são ditas **vetoriais**, e para serem bem definidas, necessitam ainda de uma direção e sentido especificados.
- **Por exemplo:** um carro viaja a 80 km/h na direção norte – sul, com sentido para o sul.

Uma mesma grandeza pode ser expressa em diversas unidades, por exemplo: o comprimento de uma estrada pode ser dado em quilômetros, metros, centímetros... Para estabelecer um padrão de referência quanto às unidades, foi criado o **Sistema Internacional de unidades**, o S.I. Esse sistema estabelece as unidades padrão para as principais grandezas na física. **Todas as demais grandezas possuem unidades secundárias que derivam das unidades principais.**

O SI estabelece as seguintes unidades:

| Grandeza    | Unidade    | Símbolo |
|-------------|------------|---------|
| Comprimento | Metro      | m       |
| Massa       | Quilograma | Kg      |
| Tempo       | Segundo    | s       |

Às vezes, a unidade escolhida para descrever determinada grandeza é muito pequena ou muito grande comparada com o que se pretende medir. Quando isso acontece, utilizamos os prefixos, que são símbolos que representam uma quantidade expressa por uma potência de base dez. Os **prefixos** mais usados são os seguintes:

| Prefixo | Ordem n da potência 10 <sup>n</sup> | Símbolo |
|---------|-------------------------------------|---------|
| Giga    | 9                                   | G       |
| Mega    | 6                                   | M       |
| Quilo   | 3                                   | K       |
| centi   | -2                                  | c       |
| mili    | -3                                  | m       |
| micro   | -6                                  | μ       |
| nano    | -9                                  | n       |



## Exemplos

### a) 4h em segundos:

Para converter 4h em segundos podemos usar diretamente uma **regra de três** da seguinte forma:

- 1h - 60 min
- 4h - x min

Assim,  $x \cdot 1 = 60 \cdot 4 \Rightarrow x = 240$  min.

Repetindo agora para segundos, temos:

- 1 min - 60 s
- 240 min - y s

E, portanto,  $y = 60 \cdot 240 = 14.400$  s.

Poderíamos ter feito o mesmo exemplo de maneira mais direta, apenas trocando a unidade pelo respectivo valor:  $4 \text{ h} = 4 \cdot 60 \text{ min} = 4 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 14.400 \text{ s}$ .

### b) 72 km/h em m/s:

Vamos realizar esta conversão substituindo os respectivos valores de unidades.

**Assim temos:**  $72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \times 1000 \frac{\text{m}}{\text{h}} = 72 \times 1000 \frac{\text{m}}{3600 \text{ s}} = 72 \times \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20 \text{ m/s}$

Note que na prática, dividimos o valor 72 por 3,6.



## Atenção Aluno

A regra geral é:

Para converter de **km/h** para **m/s**, **divide-se** o valor por **3,6**.

Para passar de **m/s** para **km/h**, **multiplicamos** o valor por **3,6**.

Para expressarmos números muito grandes ou muito pequenos, frequentemente usamos a **notação científica**, que consiste em expressar o número através de uma potência de 10. Na notação científica o número a ser expresso deve conter apenas uma casa antes da vírgula e diferente de zero, multiplicado pela potência de 10 associada, comumente chamada de ordem de grandeza.

$$N = c \times 10^n$$

Aqui o valor **c** deve ser um número expresso por meio de um decimal maior ou igual a **1** e menor que **10** e a ordem da potência **n** deve ser um número inteiro.

A potência de dez associada ao número expresso em notação científica é chamada de ordem de grandeza, e deve seguir a seguinte regra:

- Quando **c**  $\geq 3,16$ , a ordem de grandeza de N será  $10^{n+1}$ .
- Quando **c**  $< 3,16$ , a ordem de grandeza de N será  $10^n$ .



O número **3,16** é o valor utilizado como limite de aproximação pois se refere ao ponto médio do intervalo  $10^0$  e  $10^1$  ou seja é igual a  $10^{0,5}$ .

**Vejamos um exemplo:**

Ex.: 2 – Expresse os valores em **notação científica**:

- a)  $315 = 3,15 \cdot 10^2$  (aqui  $10^2$  é a ordem de grandeza!)
- b)  $7943 = 7,943 \cdot 10^3$  (aqui a ordem de grandeza é  $10^4$ !)
- c)  $0,06 = 6 \cdot 10^{-2}$

**Exercícios - Introdução**  **Correção em vídeo**

**01.** Quantas horas, minutos e segundos há em:

- A. 21,86 h ?
- B. 15,25 min ?

**02.** Uma máquina produz 10 cm de fita magnética por segundo. Então, no mesmo ritmo de produção, quantos quilômetros de fita são produzidos em 1h 20 min e 30 s?

**03.** Escreva em notação científica os seguintes números:

- A. 157000
- B. 0,0000038
- C.  $290 \cdot 10^6$
- D.  $0,008 \cdot 10^{-2}$

**04.** Qual é a ordem de grandeza da quantidade mínima de canetas esferográficas comuns necessárias para cobrir a distância São Paulo – Rio de Janeiro de 400 km?

**05.** Faça a conversão para m/s das seguintes velocidades:

- A. 36 km/h
- B. 540 km/h
- C. 2100 cm/s
- D. 1800 m/min

**06.** Um corredor percorre 0,2 km em linha reta em um intervalo de tempo de 6,0 min. Qual é a sua velocidade média em km/h?

**07.** No intervalo de tempo entre 8h e 13h, um automóvel percorreu um trecho da estrada, do km 50 ao 460. Determine a velocidade escalar média do automóvel nesse trecho.

**08.** Uma patrulha rodoviária mede o tempo que cada veículo leva para percorrer um trecho de 400 m de estrada. Um automóvel percorre a primeira metade do trecho com velocidade de 140 km/h. Sendo de 80 km/h a velocidade média

permitida, qual deve ser a maior velocidade média do automóvel na segunda metade do trecho para evitar ser multado?

**09.** Durante o teste de desempenho de um novo modelo de automóvel, o piloto percorreu a primeira metade da pista na velocidade média de 60 km/h e a segunda metade a 90 km/h. Qual a velocidade média desenvolvida durante o teste completo, em km/h?

**10.** Uma pessoa caminha com passadas iguais de 80 cm com velocidade constante de 2 m/s.

A. quantos metros essa pessoa caminha em 60s?

B. quantos passos ela dá por segundo?

**11 - (EEAR CFS-B 1/2016)** Uma empresa com 280 funcionários, realizou estudos estatísticos e constatou que o seu consumo médio diário de água é de dois litros por pessoa. Determine o consumo mensal médio de água da empresa, em metros cúbicos. Considere o mês com 30 dias.

A. 16,8

B. 168

C. 1.680

D. 16.800

## AULA 02 - MOVIMENTO UNIFORME

A cinemática é a parte da física que estuda o movimento dos corpos sem se preocupar com suas causas. Desta forma, o que interessa nesse momento é como o corpo se movimenta, sua velocidade, trajetória, etc. sem, no entanto, saber como aquele movimento se iniciou, se foi um lançamento, um chute, um puxão...

Dentro da cinemática, utilizamos alguns conceitos fundamentais para o entendimento de tais movimentos. Na maioria dos exercícios, nos depararemos com expressões que dão a característica de cada movimento. Desta forma é interessante nos familiarizar com estes conceitos básicos e fundamentais:

### Referencial

Num movimento qualquer, é sempre necessário definir um referencial, ou seja, uma referência para que possamos descrever tal movimento.

**A referência pode ser** um objeto, uma pessoa, um lugar ou algo que possa ajudar o interlocutor a entender o movimento em questão. Essa referência é denominada referencial, e na cinemática todos os movimentos serão descritos utilizando-se referenciais inerciais, ou seja, referenciais que ou estão em repouso, ou se deslocam num movimento uniforme.

**O próprio movimento depende de um referencial.**

- **Por exemplo:** Um carro se deslocando numa pista com velocidade de 80 km/h está em movimento ou em repouso?
- **A resposta é:** depende do referencial.

Para uma pessoa no interior do veículo, o carro não muda sua posição com o tempo, ou seja, a pessoa vê o volante sempre na mesma distância do seu corpo, desta forma, para esta pessoa, o carro está em repouso. Já para uma pessoa parada em um ponto de ônibus que vê o carro passar por ela, verá que o carro está em movimento, já que a distância do carro em relação a esta pessoa muda com o tempo.

### Ponto Material e Corpo Extenso

Um corpo cujas dimensões não são importantes no estudo de determinado movimento, é denominado ponto material.

**Por exemplo:** Um carro se deslocando em uma estrada que liga duas cidades distantes, se parece como um ponto para alguém que esteja acompanhando o movimento do alto de um helicóptero por exemplo.

- Como as **dimensões do carro** são desprezíveis considerando a distância entre as cidades, dizemos que ele é um **ponto material**.
- Já se as **dimensões do objeto** não puderem ser desprezadas no estudo de tal movimento, então dizemos que o objeto é um **corpo extenso**.

**Por exemplo:** Uma formiga andando sobre o mesmo carro do exemplo anterior.

- Neste caso, as dimensões do carro não são desprezíveis para a formiga e, portanto, o carro é considerado um corpo extenso.
- Pontos materiais são frequentemente chamados de corpos puntiformes.



## Posição e trajetória

Chamamos de posição ou espaço, o lugar geométrico onde o corpo em estudo está localizado.

Definimos a letra **s** para representar este lugar, ou seja, a posição do corpo.

- Quando o corpo muda de posição, ou seja, sai de uma **posição inicial** ( $s_0$ ) e segue para uma **posição final** ( $s$ ), ele realizou um deslocamento, ou seja, uma variação na sua posição.
- Essa **variação na posição** é chamada de  $\Delta s$ .

As sucessivas posições de um móvel durante certo tempo formam o que chamamos de trajetória do corpo. A trajetória pode ter qualquer forma, sendo frequente o estudo na cinemática de trajetórias retilíneas e circulares.

## Velocidade de um móvel

Associamos a velocidade de um corpo à sua rapidez. A rapidez está diretamente relacionada com o tempo com que determinado evento acontece.

- **Se o tempo é pequeno**, dizemos que aconteceu mais rapidamente.
- **Se por outro lado o tempo é grande**, dizemos que o evento aconteceu mais devagar.

Podemos associar o evento à uma mudança nas posições de um móvel. Desta forma, **quanto mais rápido ele mudar a sua posição, mais veloz ele será**, ou seja, sua velocidade será maior.

## Velocidade Escalar Média

Na física, definimos velocidade escalar média ( $V_m$ ) como sendo:  $V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0}$

- onde **S** é a posição do móvel
- **t** é o instante de tempo considerado.

Desta forma, a velocidade escalar média de um corpo num certo tempo, é calculada como sendo a rapidez com que um corpo varia sua posição numa determinada trajetória. Se após um certo tempo, a posição final do corpo for igual à inicial, dizemos que a velocidade média foi igual a zero.

A **unidade de velocidade** no SI é o **m/s**, mas podemos encontrar muitas vezes a unidade **km/h**. Se o corpo mantiver sempre o mesmo sentido de movimento, a velocidade média pode ser simplificada como sendo a distância percorrida pelo tempo gasto no percurso.

É importante frisar que as posições são definidas a partir de um referencial, por exemplo uma régua cujos valores crescem para a direita. Desta forma um corpo que estiver se movimentando sobre esta régua, teria uma velocidade positiva (no sentido positivo da régua) caso se locomovesse para a direita, e uma velocidade negativa, caso se locomovesse para a esquerda (sentido negativo dos valores da régua).

- Quando um corpo possui **velocidade positiva** (sentido positivo da “régua”), dizemos que seu movimento é **progressivo**.
- Se a sua **velocidade for negativa**, dizemos que seu movimento é **retrógrado**.

## Velocidade Instantânea

Nem sempre a velocidade média de um corpo ao longo de um percurso, é igual em todos os pontos do percurso. A velocidade de um corpo num determinado momento ou instante, é chamada de velocidade instantânea. Essa é a velocidade marcada no velocímetro de um carro a cada instante.

Essa velocidade pode ser definida por:  $V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$

Ou seja, é o valor do espaço percorrido por um corpo num determinado intervalo de tempo, quando este intervalo de tempo tende a zero (muito pequeno, quase um instante).

## Movimento Uniforme

É aquele movimento no qual a velocidade do corpo ao longo do tempo permanece constante. Desta forma, a velocidade escalar média do corpo ao longo do trajeto é exatamente a velocidade instantânea em cada instante, ou seja,  $V_m = V$ . Nestas condições, o corpo percorre sempre distâncias iguais em tempos iguais.

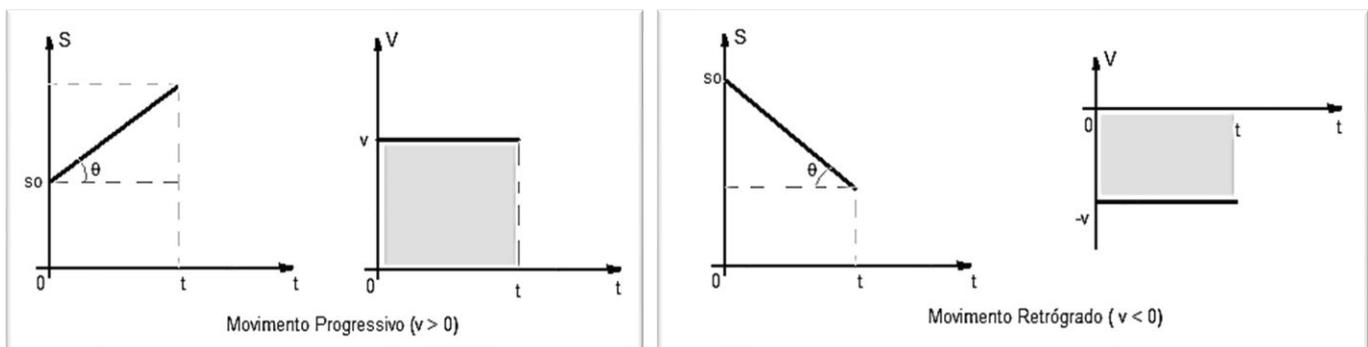
Podemos então, encontrar uma expressão para a posição do corpo numa determinada trajetória, em cada instante de tempo considerado. Assim temos:  $V_m = v = \frac{S - S_0}{t - t_0}$

Se considerarmos que o **instante inicial** ocorre em  $t=0$ , temos que:  $v = \frac{S - S_0}{t}$

E, portanto, podemos escrever:  $S = S_0 + v \cdot t$

Que é chamada, **função horária dos espaços** ou posições do Movimento Uniforme. Podemos notar, que a posição **S** do objeto, é função de **t**, ou seja, depende de **t**. Para cada t, teremos um valor de S, desta forma, agora temos como dizer exatamente onde o corpo está num determinado instante, desde que saibamos de onde partiu (**S<sub>0</sub>**) e com que velocidade constante partiu (**v**). Note ainda que se trata de uma função do primeiro grau, ou seja, o gráfico de S em função de t, é uma reta.

## Gráficos do M.U.



Podemos notar pelo gráfico  $S_{xt}$ , que a inclinação da curva nos dá a velocidade, isto é,  $\tan \theta = \Delta S / \Delta t = v$ . Quanto mais inclinada for a curva em relação à horizontal, maior será a velocidade do corpo.

Como se trata de um M.U. a velocidade do corpo é constante, desta forma, a curva  $V_{xt}$  é uma reta paralela ao eixo dos tempos. Interessante notar que a área da figura sombreada, (um retângulo), nos dá o espaço percorrido pelo móvel nos instantes de 0 a t.

$$A = \Delta S$$

**Vejamos dois exemplos:**
**Exemplo 1**

Um móvel percorre a primeira metade de um percurso com velocidade de **60 km/h** e o restante com velocidade de **90 km/h**. Determine a velocidade escalar média do móvel para todo o percurso.

Devemos lembrar que a velocidade média é calculada por  $V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ , assim devemos conhecer todo o percurso e todo o tempo gasto. Se chamarmos de **x** a distância referente a cada trecho percorrido, a distância total seria **2x**.

Desta forma, podemos calcular o tempo gasto para percorrer cada trecho, usando a mesma relação acima.

- Assim temos:  $V_1 = \frac{\Delta S_1}{\Delta t_1}$  o que nos leva a  $60 = x / \Delta t_1$  e, portanto,  $\Delta t_1 = x/60$ .
- Da mesma forma para o segundo trecho temos:  $V_2 = \frac{\Delta S_2}{\Delta t_2}$  o que nos leva a  $90 = x / \Delta t_2$  e, portanto,  $\Delta t_2 = x/90$ .
- Finalmente temos que a velocidade média em todo percurso seria dado por:  $V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2x}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$  e como a soma dos tempos nos dá **5x/180** (lembre-se de tirar o m.m.c.), temos que:

$$V_m = \frac{2x}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{2x}{\frac{5x}{180}} = \frac{2x \cdot 180}{5x} = \frac{360}{5} = 72 \text{ km/h}$$

Perceba que a velocidade média não é a média aritmética das velocidades!!!

**Exemplo 2**

Dois homens estão distantes **20m** quando um passa a ir ao encontro do outro na mesma trajetória retilínea. Um deles possui a velocidade de **2 m/s** enquanto o outro possui uma velocidade em módulo igual a **3m/s**. Determine em quanto tempo os homens se encontram.

Para resolver este exercício, devemos notar que as velocidades não mudam com o tempo, tratando-se desta forma de um problema de M.U. Sendo assim, construímos as funções horárias de cada um.

A **função horária** no Movimento Uniforme é dada pela expressão:  $S = S_0 + v \cdot t$

- E aplicando para cada homem (identificados por A e B) temos:  $S_A = 0 + 2 \cdot t$  e  $S_B = 20 - 3t$  no caso B, o homem parte da posição **20m** considerando o A na posição 0. O valor negativo da velocidade ocorre por considerar o homem B na direção contrária ao crescimento das posições.
- 
- No local do encontro, os homens estão na mesma posição, portanto  $S_A = S_B$  e assim:

$$2t = 20 - 3t \Rightarrow 5t = 20 \Rightarrow t = 4s.$$

**Resp.:** Os homens se encontram após 4s de movimento!


**Atenção Aluno**

Se quiséssemos a posição do encontro, bastaria substituir **t = 4s** em qualquer uma das funções horárias. Neste caso encontraríamos **80m**.

## Exercícios - Movimento Uniforme I Correção em vídeo

**01.** Uma composição ferroviária com 19 vagões e uma locomotiva deslocam-se a 20 m/s. Sendo o comprimento de cada elemento da composição igual a 10 m, qual é o tempo que o trem gasta para ultrapassar:

- (A) um sinaleiro
- (B) uma ponte de 100 m de comprimento?

**02.** Dois ciclistas distanciados 60m um do outro possuem funções horárias  $s_1 = 20 + 2t$  e  $s_2 = -40 + 3t$ , em relação a um mesmo referencial. Verifique quando e onde os dois ciclistas se encontrarão (m,s).

**03.** Um automóvel que se desloca com uma velocidade constante de 72 km/h ultrapassa outro que se desloca com uma velocidade constante de 54 km/h, numa mesma estrada reta. O primeiro encontra-se 200m atrás no instante  $t=0$ .

Em que instante o primeiro estará ao lado do segundo?

**04.** Na procura de cardumes, um pescador usa o sonar de seu barco, que emite um sinal de ultrassom. Esse sinal propaga-se pela água, incide num cardume, onde sofre reflexão, retornando ao barco 0,30s após a emissão. A que profundidade está o cardume, sabendo que a velocidade do ultrassom na água é igual a 1480 m/s?

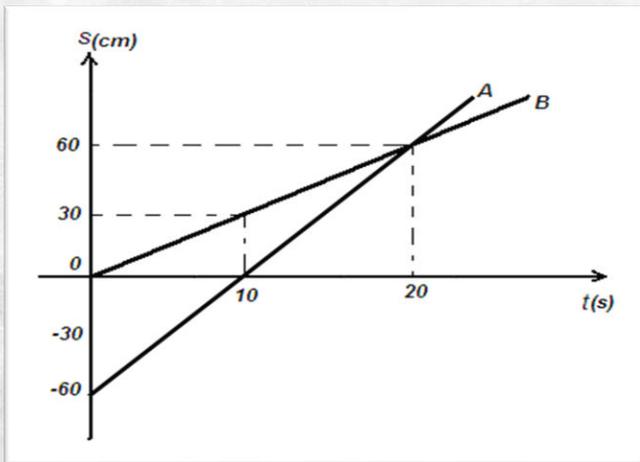
**05.** Uma raposa encontra-se a 100m de um coelho, perseguindo-o. Sabendo que as velocidades da raposa e do coelho valem respectivamente 72 km/h e 54 km/h, determine em quanto tempo a raposa alcança o coelho.

**06.** A respeito dos conceitos de movimento e repouso, assinale a alternativa falsa:

- a) O Sol está em movimento em relação à Terra.
- b) É possível que um móvel esteja em movimento em relação a um referencial e em repouso em relação a outro.
- c) Se um móvel está em movimento em relação a um sistema de referência, então ele estará em movimento em relação a qualquer outro referencial.
- d) Se um corpo A está em repouso em relação a outro B, então o corpo B estará em repouso em relação a A.

**07.** O diagrama seguinte mostra as posições de duas partículas, A e B, sobre a mesma trajetória:

- A. em que instante A ultrapassa B?
- B. que distância separa as partículas no instante  $t=10s$ ?
- C. que velocidades são desenvolvidas pelas partículas?



**08. (AFA)** Um automóvel faz uma viagem em que, na primeira metade do percurso, é obtida uma velocidade média de 100 km/h. Na segunda metade a velocidade média desenvolvida é de 150 km/h. Pode-se afirmar que a velocidade média, ao longo de todo o percurso, é, em km/h,

- 120.
- 125.
- 110.
- 130.

**09. (EFOMM)** Uma estrada de ferro retilínea liga duas cidades A e B separadas por uma distância de 440 km. Um trem percorre esta distância com movimento uniforme em 8h. Após 6h de viagem, por problemas técnicos, o trem fica parado 30 minutos. Para que a viagem transcorresse sem atraso, a velocidade constante, em km/h, que o trem deveria percorrer

o restante do percurso seria de aproximadamente:

- 55,0
- 61,2
- 73,3
- 100,0

**10. (EEAR)** Durante uma Olimpíada, um velocista corre um quarto de um percurso retilíneo com velocidade escalar média  $v$  e o restante do percurso, com velocidade escalar média  $2v$ . No percurso total, a velocidade escalar média do atleta é de:

- 1,2v
- 1,4v

1,6v

1,8v

**11. (ITA)** Um trem e um automóvel caminham paralelamente e num mesmo sentido, num trecho retilíneo. Os seus movimentos são uniformes e a velocidade do automóvel é o dobro da velocidade do trem. Desprezando-se o comprimento do automóvel e sabendo que o trem tem 100m de comprimento, pergunta-se qual o espaço que o automóvel percorre desde que alcança o trem até o instante em que o ultrapassa.

**12. (AFA)** Com relação ao movimento de um ponto material numa trajetória orientada, são feitas três afirmações:

**I** - Se o movimento se dá no sentido da trajetória, a variação de espaço é positiva.

**II** - Se o movimento se dá em sentido oposto ao da trajetória, a variação de espaço é negativa.

**III** - No sistema internacional (SI), o espaço é medido em quilômetros.

Assinale a alternativa correta:

Apenas as afirmações I e II são corretas.

Apenas as afirmações I e III são corretas.

As três afirmações são corretas.

Nenhuma das afirmações é correta.

**13. (EEAR)** Dois trens trafegam, no mesmo trilho e no mesmo sentido, em um trecho retilíneo de uma ferrovia. O trem que vai à frente está com velocidade constante de módulo igual a 36 km/h, e o outro, que está atrás, mantém a velocidade constante de módulo igual a 72 km/h. Assinale a alternativa em que está indicado o tempo mínimo necessário para que o trem mais rápido colida com o outro de menor velocidade, a partir do instante em que a distância entre eles for de 18 km.

A. 30 minutos

B. 45 minutos

C. 60 minutos

D. 90 minutos

**14. (EEAR)** Durante uma Olimpíada, um velocista corre um quarto de um percurso retilíneo com velocidade escalar média  $v$  e o restante do percurso, com velocidade escalar média  $2v$ . No percurso total, a velocidade escalar média do atleta é de

A.  $1,2v$ .

B.  $1,4v$ .

C.  $1,6v$ .

D.  $1,8v$ .

**15.** Um caminhão de 10 m de comprimento, descrevendo um movimento retilíneo e uniforme, ingressa em uma ponte com uma velocidade de 36 km/h. Passados 20 s, o caminhão conclui a travessia da ponte. O comprimento da ponte é de:

- A. 100 m.
- B. 110 m.
- C. 190 m.
- D. 200 m.
- E. 210 m.

**16.** Um avião bombardeiro deve interceptar um comboio que transporta armamentos inimigos quando este atingir um ponto A, onde as trajetórias do avião e do comboio se cruzarão. O comboio partirá de um ponto B, às 8 h, com uma velocidade constante igual a 40 km/h, e percorrerá uma distância de 60 km para atingir o ponto A. O avião partirá de um ponto C, com velocidade constante igual a 400 km/h, e percorrerá uma distância de 300 km até atingir o ponto A. Consideramos o avião e o comboio como partículas descrevendo trajetórias retilíneas. Os pontos A, B e C estão representados no desenho abaixo.



Desenho Ilustrativo

Para conseguir interceptar o comboio no ponto A, o avião deverá iniciar o seu voo a partir do ponto C às:

- A. 8 h e 15 min
- B. 8 h e 30 min
- C. 8 h e 45 min
- D. 9 h e 50 min
- E. 9 h e 15 min

**17.** Um automóvel percorre a metade de uma distância D com uma velocidade média de 24 m/s e a outra metade com uma velocidade média de 8 m/s. Nesta situação, a velocidade média do automóvel, ao percorrer toda a distância D, é de:

- A. 12 m/s
- B. 14 m/s
- C. 16 m/s
- D. 18 m/s
- E. 32 m/s

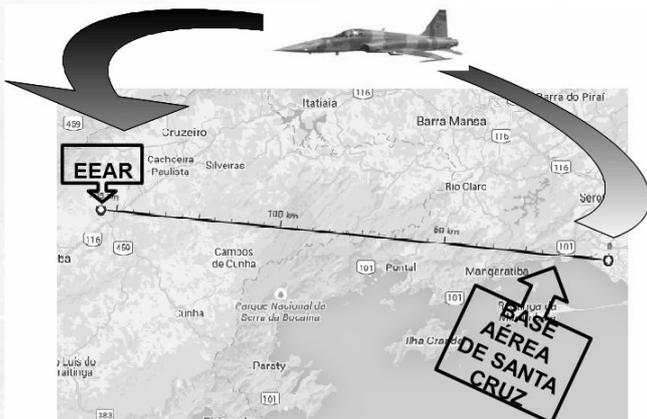
## Exercícios - Movimento Uniforme II - Dirigido Correção em vídeo

**01. (EEAR CFS-B)** Um ônibus de 8 m de comprimento, deslocando-se com uma velocidade constante de 36 km/h atravessa uma ponte de 12 m de comprimento. Qual o tempo gasto pelo ônibus, em segundos, para atravessar totalmente a ponte?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

**02. (EEAR CFS-B)** Uma aeronave F5 sai da base aérea de Santa Cruz às 16h30min para fazer um sobrevoo sobre a Escola de Especialistas de Aeronáutica (EEAR), no momento da formatura de seus alunos do Curso de Formação de Sargentos.

Sabendo que o avião deve passar sobre o evento exatamente às 16h36min e que a distância entre a referida base aérea e a EEAR é de 155 Km, qual a velocidade média, em km/h, que a aeronave deve desenvolver para chegar no horário previsto?



- A. 1550
- B. 930
- C. 360
- D. 180

**03. (EEAR CFS 2)** Um móvel completa  $\frac{1}{3}$  de um percurso com o módulo da sua velocidade média igual a 2 km/h e o restante com o módulo da velocidade média igual a 8 km/h. Sendo toda a trajetória retilínea, podemos afirmar que a velocidade média desse móvel durante todo o percurso, em km/h, foi igual a

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 10

**04. (EEAR)** Em um trecho de uma rodovia foram instalados conjuntos de cronômetros digitais. Cada conjunto é formado de dois sensores distantes 2 km entre si que registram o horário (hora, minuto e segundo) em que um mesmo veículo, deslocando-se no mesmo sentido, passa por eles. Em um trecho da rodovia no qual a velocidade média permitida é de 100 km/h, um carro a 120km/h atinge o primeiro de um desses conjuntos exatamente às 15h00min00s. O horário em que esse veículo deve passar pelo segundo sensor de forma a percorrer esse trecho da rodovia exatamente com velocidade média igual a 100 km/h é

- A. 15h01min12s
- B. 15h00min12s
- C. 15h00min02s
- D. 15h01min00s

**05. (EEAR)** Dois móveis A e B, ambos de comprimento igual a 2 m, chegam exatamente juntos na entrada de um túnel de 500 m, conforme mostrado na figura. O móvel A apresenta uma velocidade constante de 72 km/h e o móvel B uma velocidade constante de 36 km/h. Quando o móvel B atravessar completamente o túnel, qual será a distância  $d$ , em metros, que o móvel A estará a sua frente? Para determinar esta distância considere a traseira do móvel A e a dianteira do móvel B.

- A. 498
- B. 500
- C. 502
- D. 504

**06. (EEAR)** Um móvel percorre um trecho retilíneo em 1 hora e 15 minutos. Sabendo que nos primeiros 45 minutos o móvel manteve uma velocidade constante de 80 km/h e no restante do percurso uma velocidade constante de 90 km/h. Qual a velocidade média, em km/h, do móvel durante todo o percurso?

- A. 80
- B. 84
- C. 85
- D. 86

**07. (EEAR)** Um caminhão, que tem 8 m de comprimento, vem rebocando uma carga de 4 m de comprimento. Sabe-se que o caminhão e a carga estão perfeitamente ligados, não existindo espaço livre entre os dois e que o conjunto mantém uma velocidade constante e igual a 36 km/h. A frente do caminhão encontra-se exatamente no começo de uma ponte de 40 m de extensão, conforme mostrado na figura. Qual o tempo exato gasto, em s, para que a carga atravesse completamente a ponte?

- A. 4,0
- B. 4,8
- C. 5,2
- D. 6,4

## AULA 03 - MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO - MUV

Alguns movimentos na física ocorrem com velocidades que **não são constantes ao longo do tempo**. Estes movimentos são chamados de **movimentos variados**. Vamos estudar uma classe especial desses movimentos, aqueles chamados de uniformemente variados.

Como o próprio nome sugere **um movimento uniformemente variado**, é aquele em que a velocidade do móvel varia de maneira uniforme, isto é, a uma mesma taxa constante.

**Por exemplo:** um carro que viajando a uma velocidade de **2 m/s** aumentasse sua velocidade em **2 m/s** (taxa) a cada segundo.

- Desta forma, **após um segundo** de movimento sua velocidade **saltaria** de **2 m/s** para **4 m/s**.
- **Após mais um segundo** sua velocidade **saltaria** de **4 m/s** para **6 m/s** e assim por diante.



### Atenção Aluno

Importante lembrar que essa variação é uniforme e não acontece em saltos como o exemplo poderia sugerir, ou seja, ao variar sua velocidade de 2 m/s para 4 m/s no primeiro segundo, esta variação acontece de maneira suave, é como se o ponteiro do velocímetro do carro andasse a uma velocidade constante entre o valor 2 e o 4.

Essa "**rapidez**" com que a velocidade muda, seja aumentando o seu valor, seja diminuindo o seu valor é chamada de aceleração, e no caso do MUV, é constante.

## Aceleração Escalar Média

A aceleração como vimos, é a taxa de variação da velocidade, ou seja, a rapidez com que a velocidade varia com o tempo. No MUV essa taxa é constante, e, portanto, a aceleração média é sempre igual a aceleração em qualquer instante do movimento (instantânea).

Podemos determinar a aceleração escalar média pela expressão:  $a_m = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V - V_0}{t - t_0}$

Não podemos esquecer que a aceleração também é um vetor, possui módulo, direção e sentido, além da unidade. No SI, a unidade de aceleração é o **m/s<sup>2</sup>**. Desta forma um corpo que possui uma aceleração de **5 m/s<sup>2</sup>**, varia a sua velocidade em **5 m/s** a cada segundo que passa em média.

Podemos classificar os movimentos no MUV em dois tipos: **Acelerado ou Retardado**.

1. **O movimento acelerado** é aquele em que o módulo da velocidade do corpo aumenta com o tempo. Isto pode **acontecer se a velocidade inicial for positiva** e a aceleração apontar no mesmo sentido (positiva), assim como a velocidade do corpo aumenta em módulo, o movimento é dito **acelerado**.
  - **Já se a velocidade do corpo for negativa** (movimento no sentido contrário ao crescimento das posições) e **a aceleração for negativa**, o módulo da velocidade também aumenta e, portanto, o movimento também será dito **acelerado**.
2. Caso a velocidade do corpo e a aceleração apontem em **sentidos contrários**, o valor da velocidade (módulo) diminuirá com o tempo, e, portanto, o **movimento é dito retardado**.

## Aceleração Escalar Instantânea

A aceleração instantânea pode ser determinada como o valor da aceleração de um corpo em um determinado instante. Assim se considerarmos o tempo tendendo a zero na expressão da aceleração média, teremos para a **aceleração instantânea** a expressão:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

## Função Horária das Velocidades

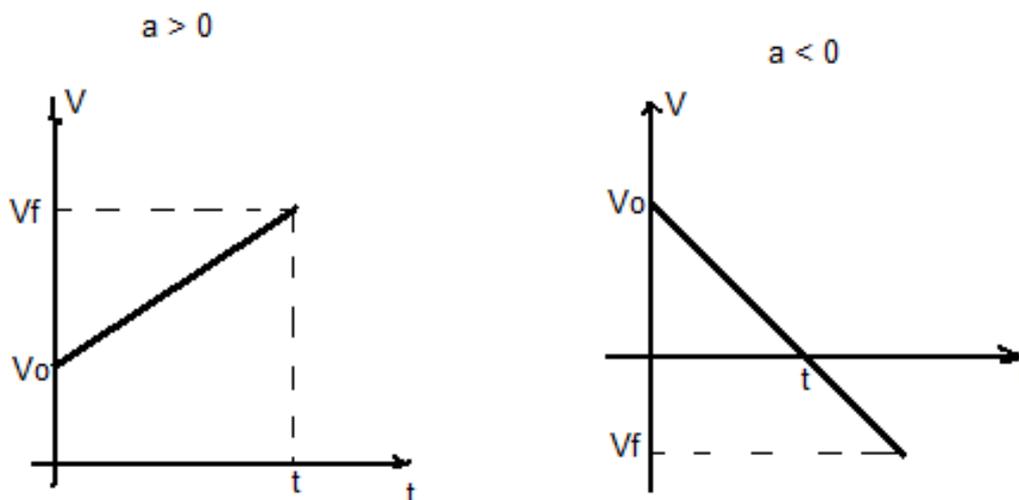
Da mesma forma que podíamos construir uma função para localizar o corpo ao longo do tempo em uma trajetória no MU, a chamada função horária dos espaços, também podemos fazê-lo para o caso do MUV.

Podemos então partir da expressão da **aceleração média**:  $am = a = \frac{v-v_0}{t-t_0}$

Se considerarmos que o instante **inicial** ocorre em **t=0**, temos que:  $a = \frac{v-v_0}{t}$

E, portanto, podemos escrever:  $v = v_0 + a \cdot t$

Que é chamada, **função horária das velocidades** do Movimento Uniformemente Variado. Podemos notar que se trata de uma função do primeiro grau, ou seja, o gráfico de **v** em função de **t**, é uma reta no MUV.



A área sob a curva é igual ao espaço percorrido!

Neste caso, a **velocidade média** se encontra exatamente na metade da reta (curva) do gráfico, ou seja, seu valor é a média aritmética entre a velocidade inicial e a velocidade final.



### Atenção Aluno

Isso só pode ser feito no MUV! -  $V_m = \frac{v+v_0}{2}$

## Função Horária das Posições

No MUV também podemos determinar a posição do móvel ao longo da trajetória em função do tempo de maneira semelhante à realizada no caso do movimento uniforme.

Começemos por lembrar o conceito de velocidade média que no caso do MUV é realizado da mesma forma, ou seja:  $V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t - t_0}$

Como no MUV a velocidade média é dada pela média aritmética das velocidades:  $V_m = \frac{v + v_0}{2}$

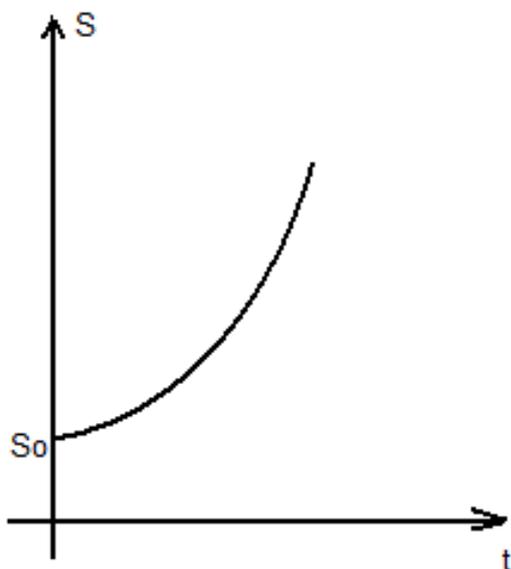
- Temos portanto:  $\frac{S - S_0}{t} = \frac{v + v_0}{2}$
- E, assim, podemos escrever:  $S = (S_0 + v \cdot t + v_0 \cdot t) / 2$

Substituindo em **v** a expressão da **função horária das velocidades**, ou seja,  $v = v_0 + a \cdot t$

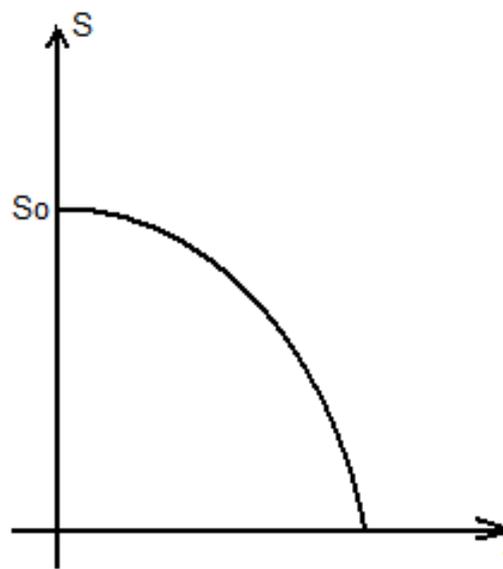
- **Encontramos:**  $S = (S_0 + (v_0 + a \cdot t) \cdot t + v_0 \cdot t) / 2$

Que finalmente nos dá:  $S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$  que é a expressão denominada função horária dos espaços para o MUV, ou seja, para cada instante de tempo, encontramos um valor de S (posição).

Note que a expressão é uma função do segundo grau com o tempo, isto é, o gráfico de S em função de t é uma parábola.



Movimento Progressivo



Movimento Retrógrado

## Equação de Torricelli

As expressões encontradas até agora têm uma relação direta com o tempo. Podemos determinar uma expressão que relacione as velocidades inicial e final do corpo sem que o tempo esteja envolvido. Para tanto, devemos isolar o tempo na equação da função horária das velocidades e inserirmos o resultado na expressão da função horária dos espaços.

O resultado é a chamada equação de Torricelli, dada por:  $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$

### Vejamos dois exemplos:

#### Exemplo 1

Um móvel parte do repouso e **5s** depois sua velocidade é igual a **20 m/s**. Determine a sua aceleração média e a sua velocidade média no trajeto sabendo que o corpo descreveu um movimento uniformemente variado.

- Devemos lembrar que a aceleração média é dada por:  $a = \frac{v-v_0}{t-t_0}$
- Substituindo os valores temos:  $a = \frac{20-0}{5-0}$
- Desta forma a aceleração média vale  **$a = 4 \text{ m/s}^2$** . Isto é, a cada segundo, a velocidade do corpo mudou em média **4 m/s**.
- Para a **velocidade média** poderíamos usar **Toricelli** para determinar a distância percorrida e aplicar na conhecida equação da velocidade média. Como trata-se de um MUV, podemos apenas determinar a média aritmética das velocidades, o que daria  **$0 + 20/2$** , ou seja  **$vm = 10 \text{ m/s}$** .

#### Exemplo 2

Um carro viaja a velocidade de **72 km/h** quando pisa nos freios e para em **10s**. Determine a distância percorrida pelo carro até parar.

- Para resolver este exercício, devemos primeiramente determinar a aceleração média do carro no percurso. Isto pode ser feito usando a função horária das velocidades, ou seja:  **$v = v_0 + a \cdot t$**
- E aplicando os valores na equação acima temos:  **$0 = 20 + a \cdot (10)$**
- Note que usamos **20 m/s** ao invés de **72 km/h**, já que as unidades devem ser compatíveis entre si. Desta forma encontramos o valor de  **$a = -2 \text{ m/s}^2$** . Note ainda que o valor negativo encontrado significa que a velocidade do carro está diminuindo com o tempo, o que é perfeitamente coerente com o exercício.
- Aplicando este valor na equação de Torricelli temos:  **$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$**
- Que no nosso caso fornece:  **$0^2 = (20)^2 + 2 \cdot (-2)\Delta s$**
- E assim encontramos que a distância vale:  **$\Delta s = 100\text{m}$**

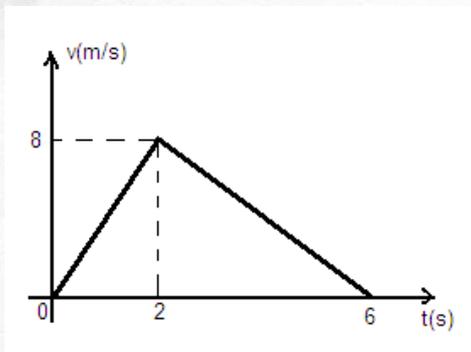
## Exercícios - Movimento Uniformemente Variado - MUV

01. Um móvel obedece a função horária:  $s = -10 - 8.t + 2.t^2$  (cm,s), determine:

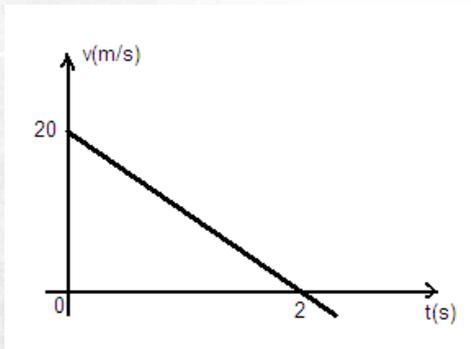
- (A) o instante em que passa pela origem dos espaços;
- (B) a função horária da velocidade escalar;
- (C) o instante em que muda de sentido.

02. Um móvel percorre uma trajetória segundo o gráfico da velocidade escalar  $v=f(t)$ .

Determine o espaço percorrido no intervalo de 2s a 6s.



03. Uma partícula percorre o eixo  $x$ . no instante  $t=0$ s a posição da partícula é  $x=10$ m. A velocidade escalar em função do tempo é representada pelo gráfico. Qual é a posição da partícula no instante  $t=2$ s?



04. Um carro parte do repouso a partir da origem das posições com aceleração constante de  $2 \text{ m/s}^2$ . Calcule:

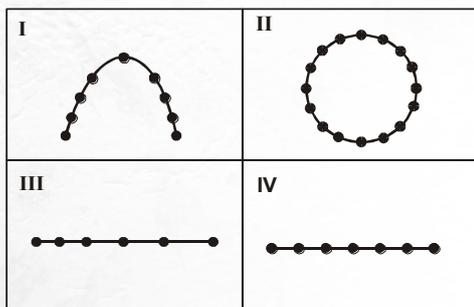
- (A) a posição e a velocidade do carro no instante  $t=10$ s;
- (B) a velocidade média do carro entre os instantes 0s e 10s.

05. Uma partícula move-se na direção  $x$  de acordo com a seguinte equação:  $x = 50t + 10t^2$ , onde  $x$  é medido em metros e  $t$  em segundos. Calcule:

- (A) a velocidade média da partícula nos três primeiros segundos do movimento.
- (B) a velocidade instantânea para  $t=3s$  e
- (C) a aceleração instantânea para  $t=3s$ .

06. Para desferir um golpe em sua vítima, uma serpente pode acelerar a cabeça de  $50m/s^2$ . Se um carro pudesse acelerar com este mesmo valor, de quanto tempo ele necessitaria para atingir a velocidade de 100 km/h partindo do repouso

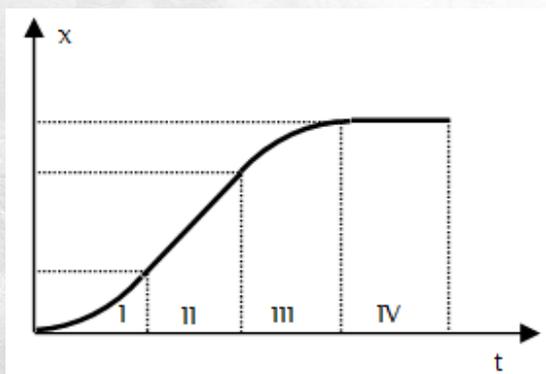
07. (AFA) As figuras abaixo apresentam pontos que indicam as posições de um móvel, obtidas em intervalos de tempos iguais.



Em quais figuras o móvel apresenta aceleração **NÃO** nula?

- A. Apenas em I, III e IV.
- B. Apenas em II e IV.
- C. Apenas I, II e III.
- D. Em I, II, III e IV.

08. (AFA) A posição  $x$  de um corpo que se move ao longo de uma reta, em função do tempo  $t$ , é mostrada no gráfico. Analise as afirmações abaixo e marque a alternativa correta.



- A. A velocidade do corpo é positiva nos quatro trechos.
- B. A aceleração do corpo é nula apenas no trecho IV.
- C. A trajetória descrita pelo corpo no trecho I é parabólica.
- D. O movimento descrito pelo corpo no trecho III é progressivo e retardado.

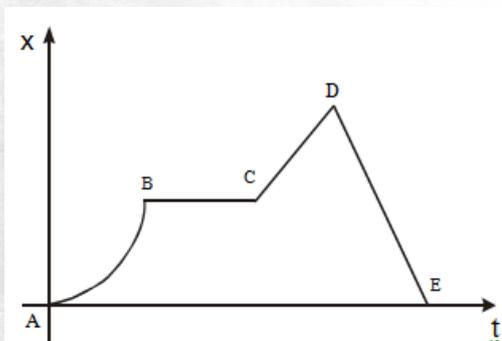
**09. (AFA)** A maior aceleração (ou retardamento) tolerada pelos passageiros de um trem urbano é  $1,5 \text{ m/s}^2$ . A maior velocidade que pode ser atingida pelo trem, que parte de uma estação em direção a outra, distante 600 m da primeira, em m/s, é

- A. 42.
- B. 30.
- C. 68.
- D. 54.

**10. (AFA)** Um automóvel faz uma viagem em que, na primeira metade do percurso, é obtida uma velocidade média de 100 km/h. Na segunda metade a velocidade média desenvolvida é de 150 km/h. Pode-se afirmar que a velocidade média, ao longo de todo o percurso, é, em km/h,

- A. 120.
- B. 125.
- C. 110.
- D. 130.

**11. (AFA)** Um móvel desloca-se ao longo de uma linha reta, sendo sua posição em função do tempo dada pelo gráfico abaixo.



Pode-se afirmar que

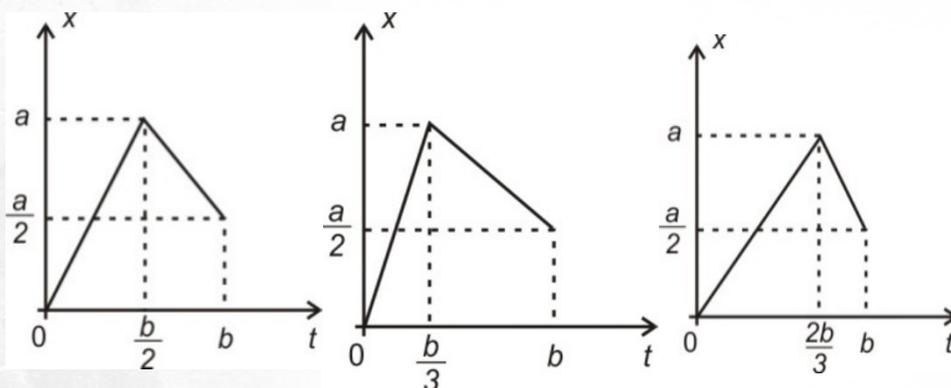
- A. nos trechos CD e DE, o movimento foi acelerado.
- B. no trecho DE, a velocidade é negativa.

- C. no trecho BC, a velocidade foi constante e não nula.
- D. no trecho AB, a velocidade é decrescente.

**12. (AFA)** Uma estrada de ferro retilínea liga duas cidades A e B separadas por uma distância de 440 km. Um trem percorre esta distância com movimento uniforme em 8h. Após 6h de viagem, por problemas técnicos, o trem fica parado 30 minutos. Para que a viagem transcorresse sem atraso, a velocidade constante, em km/h, que o trem deveria percorrer o restante do percurso seria de aproximadamente:

- A. 55,0
- B. 61,2
- C. 73,3
- D. 100,0

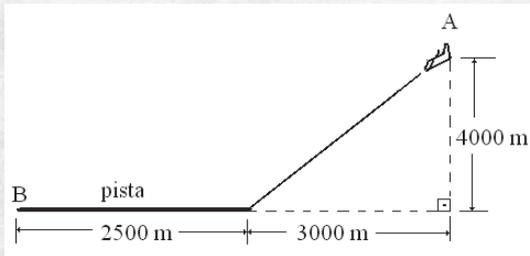
**13. (AFA)** Os gráficos a seguir referem-se a movimentos unidimensionais de um corpo em três situações diversas, representando a posição como função do tempo.



Nas três situações, são iguais as velocidades

- A. finais.
- B. médias.
- C. instantâneas.
- D. iniciais.

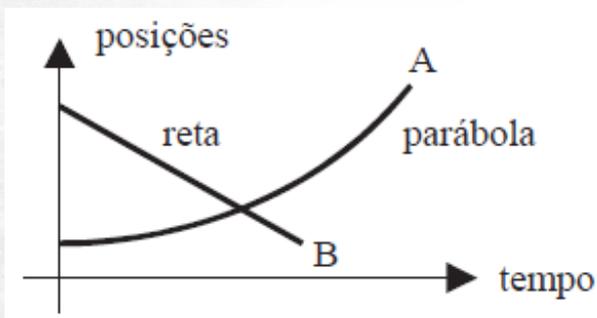
14. Uma aeronave de dimensões desprezíveis está voando a 300 km/h a uma altitude de 4000 m e a 3000 m do início de uma pista retilínea de 2500 m de extensão, quando inicia o procedimento de descida, com aceleração constante, conforme pode ser visto na figura. Ao tocar o solo com uma velocidade de 100 km/h, no início da pista, aciona os freios, mantendo uma aceleração constante até o final da pista, onde a aeronave para. Determine o tempo gasto, pela aeronave, em segundos, desde o início do procedimento de descida (ponto A) até o instante em que ocorre o repouso (ponto B).



- A. 90
- B. 80
- C. 270
- D. 360

15. (EEAR) Dois ciclistas, A e B, deslocam-se simultaneamente numa mesma estrada, ambos em movimento retilíneo, conforme representado no gráfico (posições X tempo) abaixo.

Os movimentos dos ciclistas A e B, respectivamente, são classificados como:



- A. uniforme e acelerado.
- B. uniforme e retardado.
- C. acelerado e uniforme.
- D. acelerado e retardado.

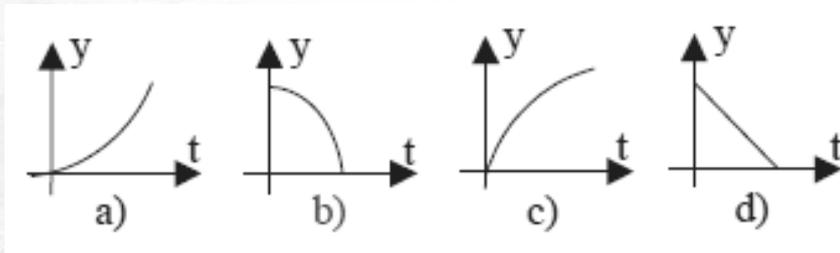
**16. (EFOMM)** Um automóvel, de 3,5 metros de comprimento, pretende atravessar uma ponte de 70 metros de extensão. Sabe-se que este veículo consegue, em aceleração máxima, atingir de 0 a 108 km/h em 10 segundos. Assinale a alternativa que indica o tempo mínimo necessário para que o automóvel, partindo do repouso, exatamente no início da ponte, consiga atravessá-la totalmente mantendo o tempo todo a aceleração máxima.

- A. 5,0 s
- B. 6,8 s
- C. 7,0 s
- D. 8,3 s

**17. (EEAR)** Considere uma nuvem em repouso a uma altura  $y$  do solo (adotado como referencial). Cada gota de água que abandona a nuvem com velocidade nula, cai verticalmente até o solo.

A alternativa que apresenta corretamente o gráfico da função horária da posição da gota, em relação ao solo, é:  
considerações:

- despreze a resistência e as correntes de ar.
- considere constante a aceleração da gravidade.



**18. (EFOMM)** Durante a Segunda Guerra Mundial os aviões japoneses, conhecidos por “zero”, executavam sempre a mesma manobra para escaparem dos aviões americanos. Os pilotos mergulhavam as aeronaves em direção ao solo com velocidade inicial máxima na vertical, dada pela potência máxima do motor.

A partir dessas considerações pode-se afirmar corretamente que:

**OBS:** considere desprezível a resistência do ar.

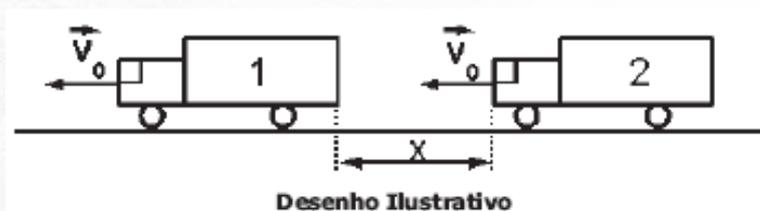
- A. a velocidade dos “zeros” eram altas e sempre constantes.
- B. a aceleração dos “zeros” se alteravam  $9,8\text{m/s}^2$  a cada segundo.
- C. a velocidade dos “zeros” se alteravam  $9,8\text{m/s}$  a cada segundo.
- D. a velocidade dos “zeros” eram iguais a  $9,8\text{m/s}$  independente da velocidade máxima inicial.

**19. (EEAR)** Um ônibus (considerado corpo extenso) gasta 10 s para atravessar, totalmente e num único sentido, uma ponte retilínea de 67 m de comprimento. O ônibus entra na ponte com velocidade de 36 km/h e, ao abandoná-la, possui velocidade de 18 km/h.

Supondo constante a relação entre a variação de velocidade do ônibus e o intervalo de tempo correspondente, pode-se afirmar que o comprimento desse ônibus, em metros, é de:

- A. 8,0
- B. 8,5
- C. 9,0
- D. 10,0

**20. (ESPCEX)** No desenho abaixo, estão representados os caminhões 1 e 2. Quando a distância entre eles é  $x$ , ambos têm a mesma velocidade  $\vec{v}_0$ , e o instante é  $t = 0$  s.

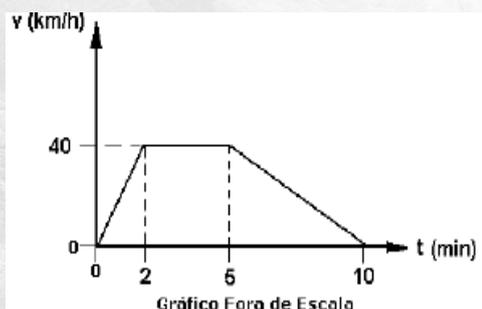


O caminhão 1 descreve um **movimento retilíneo e uniforme**. O caminhão 2 descreve um **movimento retilíneo com aceleração constante**, sendo que essa aceleração tem sentido contrário ao da sua velocidade  $\vec{v}_0$ .

Com relação à distância entre os caminhões, a partir de  $t = 0$  s, é correto afirmar que ela:

- A. diminui e é uma função do 2º grau do tempo decorrido.
- B. aumenta e é uma função do 1º grau do tempo decorrido.
- C. permanece constante ao longo do tempo decorrido.
- D. aumenta e é uma função do 2º grau do tempo decorrido.
- E. diminui e é uma função do 1º grau do tempo decorrido.

**21. (ESPCEX)** O gráfico abaixo indica a velocidade escalar em função do tempo de um automóvel que se movimenta sobre um trecho horizontal e retilíneo de uma rodovia.



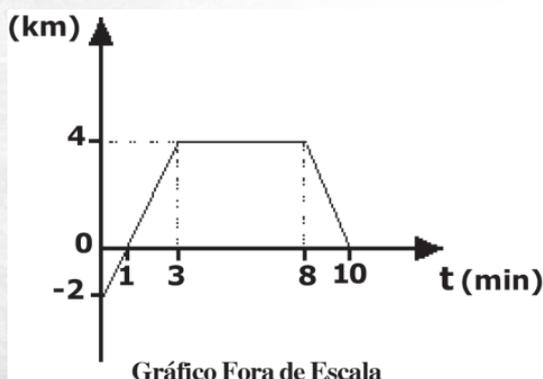
Podemos afirmar que o automóvel:

- A. entre os instantes 0 min e 2 min, descreve um movimento uniforme.
- B. entre os instantes 2 min e 5 min, está em repouso.
- C. no instante 5 min, inverte o sentido do seu movimento.
- D. no instante 10 min, encontra-se na mesma posição que estava no instante 0 min.
- E. entre os instantes 5 min e 10 min, tem movimento retardado.

**22. (AFA)** Em uma mesma pista, duas partículas puntiformes A e B iniciam seus movimentos no mesmo instante com as suas posições medidas a partir da mesma origem dos espaços. As funções horárias das posições de A e B, para S, em metros, e T, em segundos, são dadas, respectivamente, por  $S_A = 40 + 0,2T$  e  $S_B = 10 + 0,6T$ . Quando a partícula B alcançar a partícula A, elas estarão na posição:

- A. 55 m.
- B. 65 m.
- C. 75 m.
- D. 105 m.
- E. 125 m.

**23. (EFOMM)** O gráfico abaixo indica a posição (S) em função do tempo (t) para um automóvel em movimento num trecho horizontal e retilíneo de uma rodovia.



Da análise do gráfico, pode-se afirmar que o automóvel:

- A. está em repouso, no instante 1 min.
- B. possui velocidade escalar nula, entre os instantes 3 min e 8 min.
- C. sofreu deslocamento de 4 km, entre os instantes 0 min e 3 min.
- D. descreve movimento progressivo, entre os instantes 1 min e 10 min.
- E. tem a sua posição inicial coincidente com a origem da trajetória.

**24. (ESPCEX)** Um menino abandona uma pedra de um ponto situado a 125 m do solo. Um segundo mais tarde, ele arremessa verticalmente para baixo, do mesmo ponto, uma segunda pedra. Ambas as pedras chegam ao solo ao mesmo tempo. Desprezando a resistência do ar e considerando a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , pode-se afirmar que a velocidade com que o menino arremessou a segunda pedra foi de:

- A. 10,30 m/s.
- B. 10,50 m/s.
- C. 11,25 m/s.
- D. 12,50 m/s.
- E. 13,45 m/s.

**25. (EFOMM)** O gráfico abaixo representa a velocidade( $v$ ) de uma partícula que se desloca sobre uma reta em função do tempo( $t$ ). O deslocamento da partícula, no intervalo de 0 s a 8 s, foi de:



- A. - 32 m
- B. - 16 m
- C. 0 m
- D. 16 m
- E. 32 m

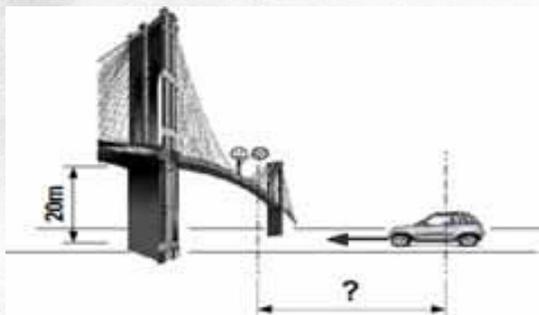
**26. (ESPCEX)** Um carro está desenvolvendo uma velocidade constante de 72 km/h em uma rodovia federal. Ele passa por um trecho da rodovia que está em obras, onde a velocidade máxima permitida é de 60 km/h. Após 5 s da passagem do carro, uma viatura policial inicia uma perseguição, partindo do repouso e desenvolvendo uma aceleração constante. A viatura se desloca 2,1 km até alcançar o carro do infrator. Nesse momento, a viatura policial atinge a velocidade de:

- A. 20 m/s
- B. 24 m/s
- C. 30 m/s
- D. 38 m/s
- E. 42 m/s

## Exercícios - Movimento Uniformemente Variado – MUV - Dirigido

**01. (EEAR CFS-B)** Um garoto que se encontra em uma passarela de altura 20 metros, localizada sobre uma estrada, observa um veículo com teto solar aproximando-se. Sua intenção é abandonar uma bolinha de borracha para que ela caia dentro do carro, pelo teto solar. Se o carro viaja na referida estrada com velocidade constante de 72 Km/h, a que distância, em metros, do ponto diretamente abaixo da passarela sobre a estrada deve estar o carro no momento em que o garoto abandonar a bola.

Despreze a resistência do ar e adote  $g = 10\text{m/s}^2$ .

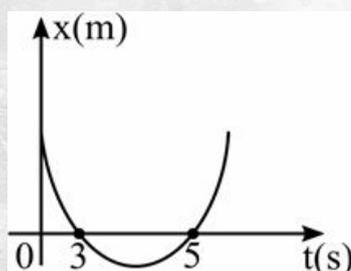


- A. 10
- B. 20
- C. 30
- D. 40

**02. (EEAR CFS)** Em um porta-aviões as aeronaves pousam em uma pista útil de 100 m. Se a velocidade com que o avião toca a pista de tal embarcação é de aproximadamente 252 Km/h, determine o módulo da sua desaceleração média, em m/s:

- A. 0,7
- B. 24,5
- C. 70,0
- D. 300,0

**03. (EEAR CFS 2)** A posição ( $x$ ) de um móvel em função do tempo ( $t$ ) é representado pela parábola no gráfico a seguir



Durante todo o movimento o móvel estava sob uma aceleração constante de módulo igual a  $2 \text{ m/s}^2$ .

A posição inicial desse móvel, em m, era

- A. 0
- B. 2
- C. 15
- D. -8

**04. (EEAR)** Carlinhos e Patrícia se encontram em determinado ponto, ao atravessarem uma faixa de pedestre. Após o encontro, Patrícia continua seu deslocamento na direção norte, conservando sua velocidade inicial de  $0,5 \text{ m/s}$ , por  $1 \text{ min}$  e  $20 \text{ s}$ , até parar. Carlinhos, por sua vez, segue correndo na direção leste, por  $20 \text{ s}$ , com aceleração constante de  $0,15 \text{ m/s}^2$ , parando em seguida. Considerando-se que o ponto de encontro entre eles é a origem das posições de ambos, qual a distância, em metros, entre Carlinhos e Patrícia no momento em que param?

- A. 0
- B. 10
- C. 50
- D. 70

**05. (EEAR)** Os participantes de corrida de rua costumam estabelecer sua performance pela razão entre o tempo e o deslocamento percorrido em um trecho da prova. A tabela a seguir relaciona as informações de um desses corredores em função do tempo. A aceleração média, conforme a definição física de aceleração, desse corredor entre os instantes  $12$  e  $18$  minutos, em  $\text{km/min}^2$ , foi de:

- A.  $-1/180$
- B.  $-1/6$
- C.  $1/180$
- D.  $1/6$

**06. (EEAR)** Um nadador percorre, sem parar, uma piscina iniciando no ponto A e terminando em D, conforme o desenho. Os trechos AB e CD são percorridos em MRU com velocidades de módulos, respectivamente, iguais a  $1 \text{ m/s}$  e  $2 \text{ m/s}$ .

O trecho BC é percorrido em MRUV e é feito pelo nadador com uma aceleração de módulo igual a \_\_\_\_\_  $\text{m/s}^2$ .

- A. 0,1
- B. 0,2
- C. 0,5
- D. 0,05

**07. (EEAR)** Considere a função  $x = 4t - t^2$  onde  $(x)$  é a posição, em metros, de um ponto material em movimento retilíneo que varia em função do tempo  $(t)$ , em segundos. Dentre as alternativas, assinale aquela que estabelece o instante, em segundos, em que a posição do ponto material é  $x = 0\text{m}$ .

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

**08. (EEAR)** Uma partícula, anteriormente em movimento uniforme, inicia um movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV) com uma velocidade  $v_0$  de módulo igual a  $4\text{ m/s}$  e aceleração  $a$  de módulo igual a  $2\text{m/s}^2$ , conforme o desenho. Qual a posição dessa partícula, em metros, no instante que atinge o repouso?

Considere que o referencial representado é positivo para direita.

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7

**09. (EEAR)** A figura a seguir apresenta um automóvel, de  $3,5$  metros de comprimento, e uma ponte de  $70$  metros de extensão.

Sabe-se que este veículo consegue, em aceleração máxima, atingir de  $0$  a  $108\text{ km/h}$  em  $10$  segundos.



Assinale a alternativa que indica o tempo mínimo necessário para que o automóvel, partindo do repouso, exatamente no início da ponte (como mostrado na figura), consiga atravessar totalmente a ponte, mantendo o tempo todo a aceleração máxima.

- A.  $5,0\text{s}$
- B.  $6,8\text{s}$
- C.  $7,0\text{s}$
- D.  $8,3\text{s}$

10. (EEAR) Um veículo movimenta-se sobre uma pista retilínea com aceleração constante. Durante parte do percurso foi elaborada uma tabela contendo os valores de posição (S), velocidade (v) e tempo (t). A elaboração da tabela teve início no exato momento em que o veículo passa pela posição 400 m da pista, com velocidade de 40 m/s e o cronômetro é disparado. A seguir é apresentada esta tabela, com três incógnitas A, B e C.

| S (m) | v (m/s) | t (s) |
|-------|---------|-------|
| 400   | 40      | 0     |
| A     | 30      | 2     |
| B     | 0       | C     |

A partir dos valores presentes na tabela é correto afirmar que as incógnitas, A, B e C, têm valores, respectivamente, iguais a:

- A. 450, 500 e 5
- B. 470, 560 e 8
- C. 500, 600 e 6
- D. 500, 620 e 7

## AULA 04 - MOVIMENTO VERTICAL

Vimos que os movimentos cuja velocidade não é constante ao longo do tempo são chamados de variados e, dentro dessa classe, temos aqueles uniformemente variados, ou seja, movimentos em que a velocidade do corpo varia ao longo do tempo a uma taxa constante. Um caso especial desse tipo de movimento é o Lançamento Vertical.

### Num lançamento vertical

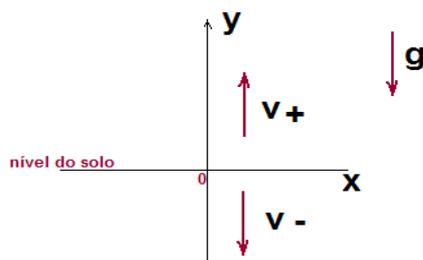
- o corpo descreve uma trajetória retilínea ao longo da direção vertical, realizando um movimento de sobe e desce.

### Na direção vertical

- a aceleração da gravidade atua durante todo o movimento, sempre apontando para baixo, fazendo com que o movimento de subida do corpo seja retardado, ou seja:
  - a velocidade do corpo vai diminuindo com o tempo e ainda,
  - o movimento de descida do corpo seja acelerado, aumentando a velocidade do corpo com o tempo.

A taxa de variação dessa **velocidade é sempre constante** e igual à aceleração gravitacional.

Desta forma estamos tratando de um **Movimento Uniformemente Variado**, e as equações conhecidas do MUV podem perfeitamente ser aplicadas aqui, apenas fazendo algumas considerações com relação ao referencial.



Para resolução de problemas, consideraremos:

- o **eixo vertical** como sendo o **eixo y**, e
- a **gravidade** apontando sempre no **sentido negativo** de y.

Um corpo que sobe o eixo y, teria velocidade positiva e aquele que desce o eixo y, velocidade negativa. Consideramos para simplificação, que o ponto zero do eixo y, se refere ao nível do solo, e portanto, durante a subida o corpo varia sua posição em y, ou seja, sua altura em relação ao solo.

Sendo assim, as expressões utilizadas no **movimento vertical** podem ser escritas como:  $v_y = v_{0y} - g \cdot t$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta H$$

$$\Delta H = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

Aqui consideramos  $a = g$  e a posição y seria dado por h (altura em relação ao solo).

Note que o sinal negativo nas fórmulas representa o sentido adotado para g. Em relação à última expressão, podemos escrevê-la na forma de função horária das posições em y, e teríamos:  $y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$  que poderia ser usada para achar a posição no eixo y (altura em relação ao solo), do corpo em qualquer instante de tempo.



Se considerarmos um corpo abandonado de uma certa altura em relação ao solo, a palavra abandonado significaria que a velocidade inicial do corpo seria **0**, e portanto, teríamos:  $H = \frac{1}{2}gt^2$

Que isolando o tempo nos dá:  $t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

Que é o tempo que o corpo gasta para cair uma altura **H** ao ser **abandonado**.

## Vejamos dois exemplos:

### Exemplo 1

Um garoto atira uma pedra verticalmente para cima com velocidade de **20 m/s**. Determine a altura máxima atingida pela pedra e o tempo gasto para que ela retorne à mão do garoto. Use  **$g = 10 \text{ m/s}^2$** .

- Devemos lembrar que no ponto mais alto (altura máxima) o corpo para!
  - Portanto a velocidade final  $y$  é zero,  $v_y = 0$ .
  - Podemos determinar a altura máxima usando **Torricelli**, o que nos dá:

$$0^2 = (20)^2 - 2 \cdot 10 \cdot \Delta H$$

$$\Delta H = \frac{400}{20} = 20 \text{ m}$$

- Para o tempo em que a pedra gasta no voo, basta somarmos o tempo de subida, que pode ser calculado considerando a velocidade no ponto mais alto (onde termina a subida) igual a zero:

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t$$

$$0 = 20 - 10 \cdot t$$

E encontramos:  $t = 2\text{s}$

- Este é o tempo de subida. Para calcular o tempo de descida, supomos que o corpo foi abandonado do ponto mais alto e inicia a sua queda até o solo (altura de 20 m). Assim temos:

$$t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = \sqrt{\frac{40}{10}} = 2\text{s}.$$

Note que o tempo de queda é igual ao tempo de subida!!! Assim o tempo total seria de **4s**.

### Exemplo 2

Um homem deixa cair uma pedra do alto de um edifício. Sabendo que a pedra toca o solo após **3s**, determine a altura do edifício e a velocidade da pedra ao tocar o solo. Use  **$g = 10 \text{ m/s}^2$** .

- Para resolver este exercício, devemos lembrar que se a pedra foi largada, sua velocidade inicial é zero na direção  $y$ . Desta forma temos:

$$t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$3 = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{10}} = \sqrt{\frac{H}{5}}$$



- Podemos simplificar a expressão elevando os dois lados da equação ao quadrado, assim temos:

$$9 = \frac{H}{5} \text{ O que nos dá: } H = 45\text{m.}$$



### Atenção Aluno

Cuidado com este artifício, pois essa simplificação implica na perda de raízes da equação!

- Podemos usar o tempo fornecido para determinar a velocidade com que a pedra toca o solo.

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t$$

$$v_y = 0 - 10.3 = -30 \text{ m/s}$$

- Aqui o sinal negativo indica a direção do vetor velocidade no momento em que toca o solo (aponta para baixo!).

## Exercícios – Movimento Vertical

 **Correção em vídeo**

**01.** Um balão sobe com a velocidade de 12 m/s e está a uma altura de 80m acima do solo quando dele se larga um pacote.

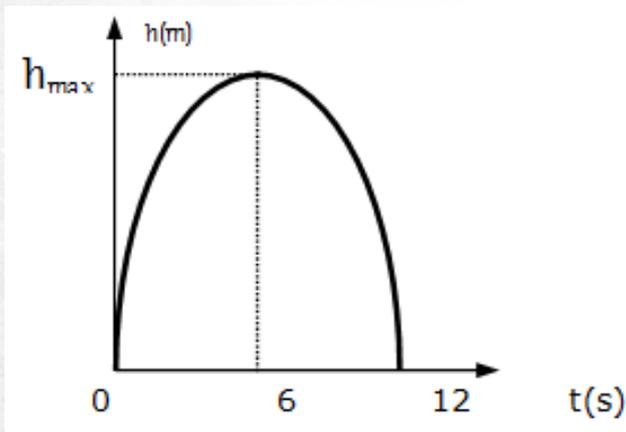
- A. quanto tempo demora para que o pacote chegue ao solo?  
 B. com que velocidade ele atinge o solo?

**02. (AFA)** Uma bola abandonada de uma altura  $H$ , no vácuo, chega ao solo e atinge, agora, altura máxima  $h$ .

A razão entre a velocidade com que a bola chega ao solo e aquela com que ela deixa o solo é

- a.  $\left(\frac{H}{h}\right)^{1/2}$   
 b.  $\frac{H}{h}$   
 c.  $\left(\frac{H}{h}\right)^{3/2}$   
 d.  $\left(\frac{H}{h}\right)^2$

**03. (AFA)** O gráfico mostra a variação, com o tempo, da altura de um objeto lançado verticalmente para cima a partir do solo.



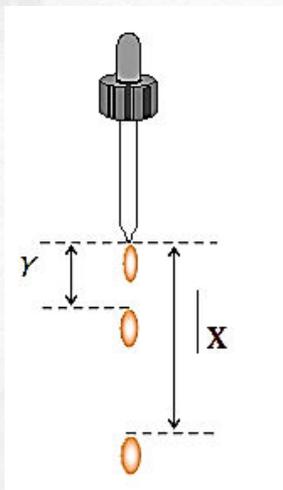
Desprezando a resistência do ar, a altura máxima atingida pelo objeto vale, em m,

- a. 180.  
 b. 240.  
 c. 60.  
 d. 300.

**04. (AFA)** Uma equipe de resgate se encontra num helicóptero, parado em relação ao solo, a 305 m de altura. Um paraquedista abandona o helicóptero e cai livremente durante 1,0 s, quando abre o paraquedas. A partir desse instante, mantendo-se constante sua velocidade, o paraquedista atingirá o solo em:

- a. 30s
- b. 28s
- c. 60s
- d. 15s

**05. (AFA)** Certa mãe, ao administrar um medicamento para o seu filho, utiliza um conta-gotas pingando em intervalos de tempo iguais. A figura a seguir mostra a situação no instante em que uma das gotas está se soltando.



Considerando que cada pingo abandone o conta gotas com velocidade nula e desprezando a resistência do ar, pode-se afirmar que a razão  $\frac{X}{Y}$ , entre as distâncias X e Y, mostradas na figura, vale:

- a. 1/2
- b. 4
- c. 1/4
- d. 2

**06.** Um menino solta uma pedra, em queda livre, do topo de um prédio. A pedra após cair uma altura H adquire velocidade v. Admitindo as mesmas condições, para que ao cair, atinja uma velocidade igual a 4v, a pedra deve ser abandonada de uma altura de:

- a. 4H.
- b. 8H.
- c. 16H.
- d. 32H.

**07.** Um corpo é abandonado em queda livre do alto de uma torre de 245 m de altura em relação ao solo, gastando um determinado tempo  $t$  para atingir o solo. Qual deve ser a velocidade inicial de um lançamento vertical, em m/s, para que este mesmo corpo, a partir do solo, atinja a altura de 245 m, gastando o mesmo tempo  $t$  da queda livre?

**Obs.:** Use a aceleração da gravidade no local igual a  $10 \text{ m/s}^2$

- a. 7
- b. 14
- c. 56
- d. 70

## Exercícios – Movimento Vertical - Dirigido Correção em vídeo

**01. (UEPI)** Um corpo é abandonado de uma altura de 20 m num local onde a aceleração da gravidade da Terra é dada por  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Desprezando o atrito, o corpo toca o solo com velocidade:

- A. igual a 20 m/s
- B. igual a 20 km/h
- C. Nula
- D. igual a 15 m/s
- E. igual a 10 m/s

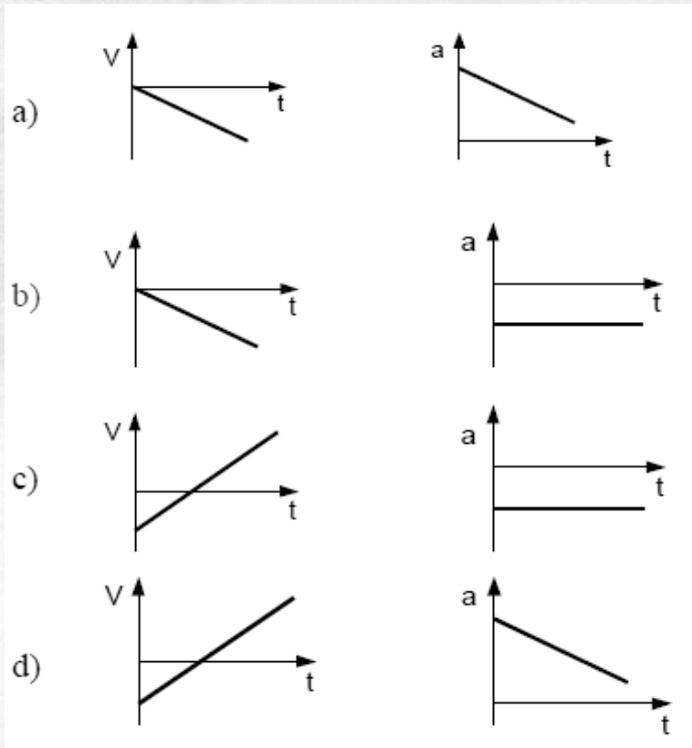
**02. (FUC-MT)** Um corpo é lançado verticalmente para cima com uma velocidade inicial de  $v_0 = 30 \text{ m/s}$ . Sendo  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e desprezando a resistência do ar qual será a velocidade do corpo 2,0 s após o lançamento?

- A. 20 m/s
- B. 40 m/s
- C. 10 m/s
- D. 50 m/s
- E. 30 m/s

**03. (FUC-MT)** Em relação ao exercício anterior, qual é a altura máxima alcançada pelo corpo?

- A. 90 m
- B. 360 m
- C. 135 m
- D. 45 m
- E. 270 m

**04. (EEAR)** Uma bomba é abandonada a uma altura de 8 km em relação ao solo. Considerando-se a ação do ar desprezível e fixando-se a origem do sistema de referências no solo, assinale a alternativa correspondente ao conjunto de gráficos que representa qualitativamente a velocidade ( $V$ ) e aceleração ( $A$ , da bomba, ambas em função do tempo).



**05. (EEAR CFS-B 2)** Ao término de uma formatura da EEAR, um terceiro sargento recém formado, para comemorar, lançou seu quepe para cima na direção vertical, até uma altura de 9,8 metros. Adotando  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e desconsiderando o atrito com o ar, a velocidade de lançamento, em m/s, foi de

- a. 8
- b. 14
- c. 20
- d. 26

**06. (EEAR)** Um corpo é abandonado em queda livre do alto de uma torre de 245 m de altura em relação ao solo, gastando um determinado tempo  $t$  para atingir o solo. Qual deve ser a velocidade inicial de um lançamento vertical, em m/s, para que este mesmo corpo, a partir do solo, atinja a altura de 245 m, gastando o mesmo tempo  $t$  da queda livre? (Obs.: Use a aceleração da gravidade no local igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .)

- A. 7
- B. 14
- C. 56
- D. 70

**07. (EEAR)** Um professor cronometra o tempo " $t_s$ " que um objeto (considerado um ponto material) lançado a partir do solo, verticalmente para cima e com uma velocidade inicial, leva para realizar um deslocamento  $\Delta x_s$  até atingir a altura máxima. Em seguida, o professor mede, em relação à altura máxima, o deslocamento de descida  $\Delta x_D$  ocorrido em um intervalo de tempo igual a  $1/4$  de " $t_s$ " cronometrado inicialmente. A razão  $\Delta x_s / \Delta x_D$  é igual a \_\_\_\_\_.

Considere o módulo da aceleração da gravidade constante e que, durante todo o movimento do objeto, não há nenhum tipo de atrito.

- A. 2
- B. 4
- C. 8
- D. 16

**08. (EEAR)** Um atleta pratica salto ornamental, fazendo uso de uma plataforma situada a 5m do nível da água da piscina. Se o atleta saltar desta plataforma, a partir do repouso, com que velocidade se chocará com a água?

**Obs.:** despreze a resistência do ar e considere o módulo da aceleração da gravidade  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- A. 10m/s
- B. 20m/s
- C. 30m/s
- E. 50m/s

**09. (EEAR)** Num sistema conservativo, um corpo de massa  $m$  atinge o solo com velocidade igual a 50 m/s. Sabendo que este corpo foi abandonado, a partir do repouso, em queda livre e que a aceleração da gravidade no local é igual a  $10\text{ m/s}^2$ , determine a altura, em relação ao solo, em que se encontrava este corpo quando foi abandonado.

- A. 250m
- B. 125m
- C. 75m
- D. 50m

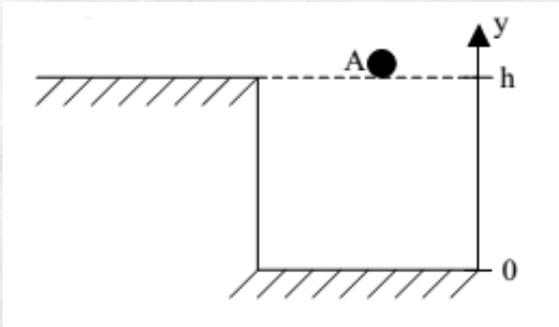
**10. (EEAR)** Uma pedra é abandonada exatamente da beira de um poço de 320 m de profundidade. Como as dimensões da pedra são pequenas, orienta-se que: despreze a força de atrito sobre a pedra e considere um movimento em queda livre.

Determine o intervalo de tempo, em segundos, entre o abandono da pedra e a chegada, na beira do poço, da frente de onda sonora produzida pela pedra tocando o fundo do poço.

**Dados:** a velocidade do som é constante e igual a 320 m/s e a aceleração da gravidade, no local, é de  $10\text{ m/s}^2$ .

- A. 10
- B. 9
- C. 8
- D. 1

11. (EEAR) Assinale a alternativa cuja expressão melhor representa a posição em função do tempo  $[y(t)]$ , do objeto A ao ser lançado para baixo com uma velocidade inicial ( $v_0$ ). Adote o referencial positivo para cima e considere a aceleração da gravidade local igual a "g".



**Obs.:** Despreze a resistência do ar.

- A.  $y(t) = 0 + v_0t + \frac{gt^2}{2}$
- B.  $y(t) = 0 - v_0t - \frac{gt^2}{2}$
- C.  $y(t) = h - v_0t - \frac{gt^2}{2}$
- D.  $y(t) = h + v_0t + \frac{gt^2}{2}$

12. (EEAR) Uma esfera de raio igual a 15 cm é abandonada no início de um tubo de 150 cm de comprimento, como mostrado na figura, o início da esfera coincide com o início do tubo vertical. Sabendo que o corpo é abandonado e queda livre, num local onde o módulo da aceleração da gravidade vale  $10 \text{ m/s}^2$ , determine o tempo exato, em s, que a esfera gasta para atravessar completamente o tubo.

- A. 0,02
- B. 0,06
- C. 0,3
- D. 0,6

## AULA 05 - LANÇAMENTOS

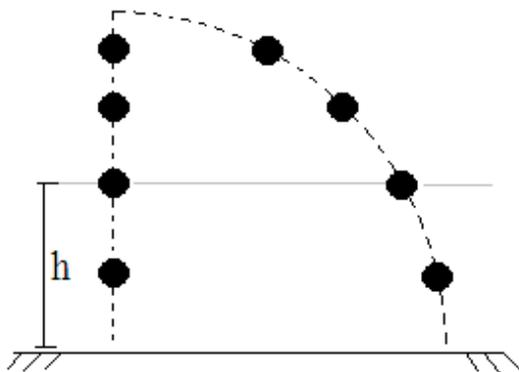
### Lançamento Horizontal

Um corpo sofre um **lançamento horizontal**, quando ao ser lançado, sua velocidade inicial só possui componente na direção x (horizontal).

Por exemplo, um jato de água que sai por um furo na lateral de uma garrafa.

- A medida que o corpo se move, passa a adquirir uma velocidade na direção y, já que é acelerado pela gravidade nessa direção.
- O **movimento completo** é uma composição desses dois movimentos nas direções x e y.
- Na direção x, o movimento é uniforme (M.U.), já que nenhuma força passa a atuar no corpo nessa direção após o lançamento.
- Na direção y, o movimento é uniformemente variado (MUV), com a gravidade atuando ao longo da trajetória conforme vimos anteriormente.

O **movimento na direção horizontal**, ocorre devido à inércia do corpo após o lançamento. Desta forma dois corpos, um lançado horizontalmente e outro apenas abandonado da mesma altura, caem da mesma forma, isto é, ocupam sempre as mesmas posições verticais a medida em que o tempo passa.



A distância horizontal máxima atingida pelo móvel ao ser lançado, é denominada alcance, e pode ser calculado lembrando que na direção x o movimento é uniforme. Desta forma:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

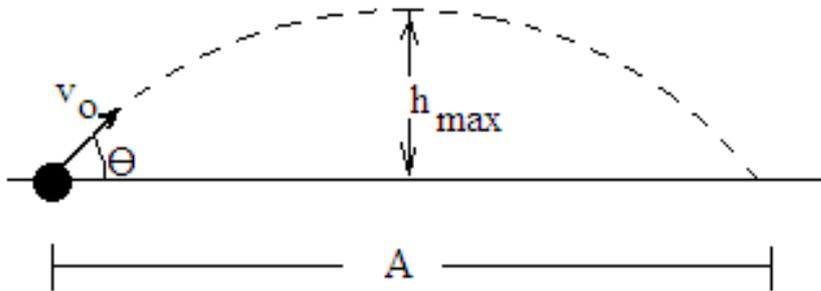
$$v_0 = \frac{A}{\Delta t}$$

$$A = v_0 \cdot t_q$$

Onde  $t_q$  é o tempo de queda do corpo (igual ao tempo em que o corpo gasta para percorrer o eixo x) ao longo da trajetória, e pode ser **resumido** pela equação:  $t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

## Lançamento Oblíquo

Denominamos lançamento oblíquo, o lançamento em que o móvel é atirado com um certo ângulo  $\theta$  em relação à horizontal. Desta forma, a velocidade inicial de lançamento possui componentes na direção x e y e os dois movimentos podem ser estudados de forma independente, lembrando que na direção x o movimento é uniforme e na direção y, uniformemente variado.



As equações do lançamento oblíquo podem ser encontradas partindo inicialmente da decomposição do vetor velocidade inicial, nas suas componentes x e y (ver aula de vetores):

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \theta$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \theta$$

Desta forma, a altura máxima poderia ser calculada, analisando o movimento na vertical e considerando o valor de  $v_y = 0$  no ponto mais alto (altura máxima). Assim temos:  $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta H$

Substituindo os valores de  $v_{0y}$  e  $v_y$  encontramos para a altura máxima:  $h_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2g}$

Na direção x podemos determinar o alcance. Lembrando que nesta direção o movimento é uniforme e assim temos para o alcance horizontal:  $v_{0x} = A/\Delta t$

$$A = v_{0x} \cdot \Delta t = v_{0x} \cdot 2ts = v_{0x} \cdot 2 \cdot \frac{v_{0y}}{g} = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

$$A = \frac{v_0^2 \cdot 2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{g}$$

Que pode ser melhorada utilizando uma relação trigonométrica, resultando em:  $A = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$



## Vejamos dois exemplos:

### Exemplo 1

Um projétil é lançado horizontalmente de uma altura de **5m** com velocidade de **20 m/s**. Determine o alcance horizontal do projétil. Use  **$g = 10\text{m/s}^2$**  e despreze a resistência do ar.

- Devemos lembrar que na direção x o movimento é uniforme. Assim temos que o alcance horizontal seria dado por:  $A = v_0 \cdot t_q$
- Onde o tempo de queda será igual ao tempo em que o projétil percorrerá o eixo x.

$$\circ \text{ Desta forma, o tempo de queda pode ser encontrado por: } t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{10}} = 1\text{s}$$

- Desta forma o alcance pode ser obtido usando o resultado para o tempo de queda, que nos dá:

$$A = v_0 \cdot t_q = 20 \cdot 1 = 20 \text{ m}$$

### Exemplo 2

Um objeto é lançado obliquamente a partir do solo com velocidade inicial de **20 m/s** que faz um ângulo de **30°** com a horizontal. Sendo  **$g = 10 \text{ m/s}^2$**  e desprezando-se a resistência do ar, determine:

- 1) A **altura máxima** atingida pelo objeto.
- 2) O **alcance** horizontal do objeto.
- 3) O **tempo** de voo do objeto.

1 - Podemos encontrar a **altura máxima** aplicando a relação definida acima, ou seja, a altura máxima é dada por:  $h_{\max} = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2 \theta}{2g}$

$$\text{Assim, substituindo os valores encontramos: } H_{\max} = \frac{v_0^2 \text{sen}^2 \theta}{2g} = \frac{(20)^2 \text{sen}^2(30^\circ)}{2 \cdot 10} = \frac{400 \cdot (0,25)}{20} = 5\text{m}$$

2 - Para o **alcance horizontal**, temos:  $A = \frac{v_0^2 \text{sen} 2\theta}{g}$  substituindo os valores encontramos:

$$A = \frac{v_0^2 \text{sen} 2\theta}{g} = \frac{(20)^2 \text{sen}(2 \times 30^\circ)}{10} = \frac{400 \cdot 0,86}{10} = 34,4 \text{ m}$$

3 - O **tempo de voo** é dado pela **soma** dos **tempos de subida** e de **descida** (que são iguais).

Escolhendo calcular o tempo de queda (já que conhecemos a altura máxima), podemos fazer:

$$t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{10}} = 1\text{s}$$

Assim, o tempo de queda é igual ao tempo de subida de forma que o tempo total de voo é igual a **2s**.

## Exercícios – Lançamentos Correção em vídeo

**01.** De um ônibus que trafega numa estrada reta e horizontal com velocidade constante de 20 m/s desprende-se um parafuso, situado a 0,80 m do solo e que se fixa à pista no local em que a atingiu. Tomando-se como referência uma escala cujo zero coincide com a vertical no instante em que se inicia a queda do parafuso e considerando-se  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , determine em metros, a que distância este será encontrado sobre a pista.

**02.** Um jogador de tênis quer sacar a bola de tal forma que ela caia na parte adversária da quadra a 6 metros da rede. Qual o inteiro mais próximo que representa a menor velocidade, em m/s pra que isso aconteça?

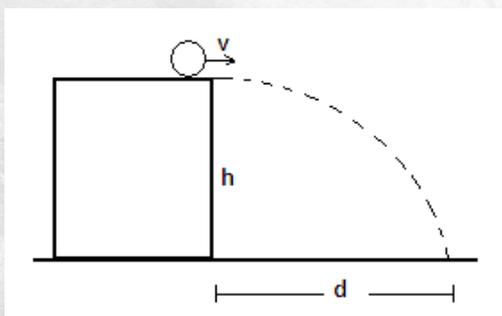
Considere que a bola é lançada horizontalmente do início da quadra, a 2,5 m do chão, e que o comprimento total da quadra é 28 m, sendo dividida ao meio por uma rede. Despreze a resistência do ar e as dimensões da bola. A altura da rede é 1 m.

**03.** Em voo horizontal, a 3000 m de altitude, com a velocidade de 540 km/h, um bombardeio deixa cair uma bomba. Esta explode 15s antes de atingir o solo. Desprezando a resistência do ar, calcule a velocidade da bomba no momento da explosão.

**04. (EEAR)** Uma bola é lançada para cima em uma direção que forma  $60^\circ$  com a horizontal. Sabe-se que a velocidade da bola ao alcançar a altura máxima é de 20 m/s. Pode-se afirmar, então, que a velocidade de lançamento da bola tem módulo:

- a. 10 m/s
- b. 20 m/s
- c. 40 m/s
- d. 23 m/s
- e. 46 m/s

**05. (EFOMM)** Para a situação representada na figura abaixo (bolinha disparada horizontalmente da borda de uma mesa), pode-se deduzir a seguinte relação matemática entre as grandezas  $d$  (deslocamento horizontal),  $h$  (altura de queda),  $v$  (velocidade de disparo),  $g$  (aceleração da gravidade):



a.  $v^2 = d \cdot h / 2g$

b.  $h = d \cdot g^2 / 4v$

c.  $g = \sqrt{2vh/d}$

d.  $d = v \cdot \sqrt{2h/g}$

e.  $v^2 \cdot g = 2dh$

**06. (AFA)** Durante um jogo de basquetebol, um jogador arremessa a bola com velocidade inicial de 10 m/s formando um ângulo de  $30^\circ$  acima da horizontal. Sabendo-se que a altura do cesto é 3,05 m e que o lançamento foi feito de uma altura de 2 m, a distância horizontal, em metros, do jogador ao cesto, para que ele consiga fazer os pontos sem o auxílio da tabela, deverá ser aproximadamente:

a. 2,02

b. 4,00

c. 6,09

d. 7,05

**07. (AFA)** Um corpo é abandonado do topo de um precipício. O ruído produzido pela queda do corpo ao atingir o chão é ouvido 10 s após o seu abandono. Considerando a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, pode-se afirmar que a altura do precipício, em metros, é aproximadamente:

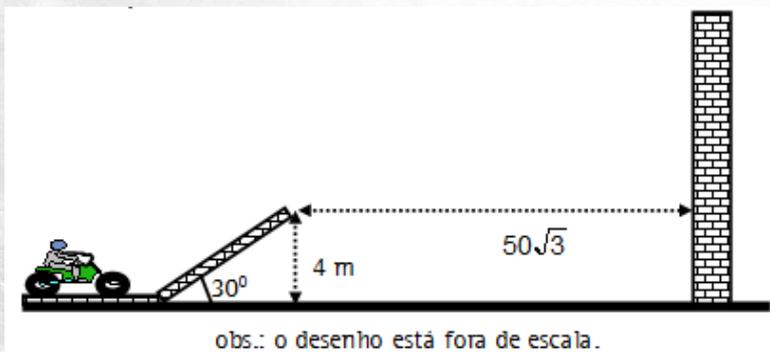
a. 200

b. 288

c. 391

d. 423

**08. (AFA)** Um audacioso motociclista deseja saltar de uma rampa de 4 m de altura e inclinação  $30^\circ$  e passar sobre um muro (altura igual a 34 m) que está localizado a  $50\sqrt{3}$  m do final da rampa.

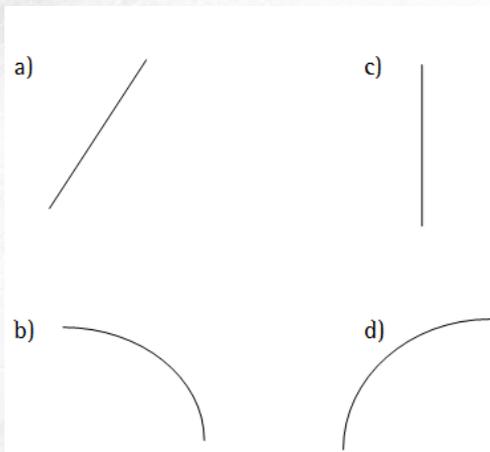


Para conseguir o desejado, a velocidade mínima da moto no final da rampa deverá ser igual a:

- a. 144 km/h.
- b. 72 km/h.
- c. 180 km/h.
- d. 50 km/h.

**09. (AFA)** Um garoto está em repouso sobre o vagão de um trem que se move com velocidade constante igual a 10 m/s em relação à Terra. Num certo instante o garoto chuta uma bola com uma velocidade de módulo 20 m/s, em relação ao vagão, formando um ângulo de  $120^\circ$  com o sentido do movimento do trem.

Para uma pessoa que está em repouso na Terra, a trajetória da bola é MELHOR representada pela alternativa



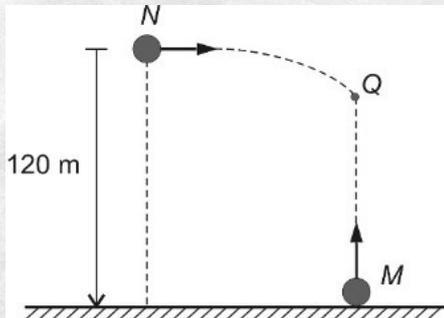
**10. (AFA)** Dois projéteis *A* e *B* são lançados obliquamente em relação à horizontal. Sabendo que ambos permanecem no ar durante o mesmo intervalo de tempo e que o alcance de *B* é maior que o alcance de *A*, afirma-se que:

- I. Ambos atingem a mesma altura máxima.
- II. A velocidade inicial de *B* é maior que a de *A*.
- III. A maior altura é atingida por *A* que foi lançado com maior velocidade.

É(são) verdadeira(s) apenas

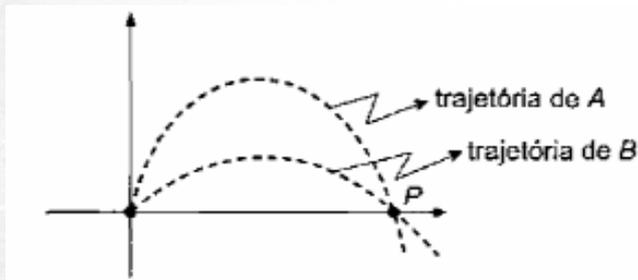
- a. II
- b. I e II
- c. III
- d. I

**11. (AFA)** Considere uma partícula  $M$  lançada verticalmente para cima com uma velocidade de 30 m/s. No mesmo instante, uma outra partícula  $N$  é lançada horizontalmente de um ponto situado a 120 m do solo. Sabe-se que elas irão se chocar em um ponto  $Q$ , conforme a figura. Desprezando os efeitos do ar, a altura do ponto  $Q$  é



- a. 40 m
- b. 60 m
- c. 15 m
- d. 80 m

**12. (AFA)** A figura abaixo representa as trajetórias de dois projéteis A e B lançados no mesmo instante num local onde o campo gravitacional é constante e a resistência do ar é desprezível. Ao passar pelo ponto P, ponto comum de suas trajetórias, os projéteis possuíam a mesma



- a. velocidade tangencial
- b. velocidade horizontal
- c. aceleração centrípeta.
- d. aceleração resultante.

**13.** Em um helicóptero em voo retilíneo e horizontal, um atirador sentado posiciona seu rifle a sua direita e a  $90^\circ$  em relação à trajetória da aeronave. Assinale a alternativa que indica o valor da tangente do ângulo entre a trajetória do projétil e a do helicóptero. Considere que:

- 1 - não atuam sobre o projétil a gravidade e a resistência do ar.
- 2 - o módulo da velocidade do projétil é de 2.000 km/h.
- 3 - o módulo da velocidade do helicóptero é 200 km/h.

- a. 10.
- b. 20.
- c. 0,1.
- d. 0,2.

**14.** Na tentativa de defender os comboios de abastecimento, foram enviados dois encouraçados ingleses para combater o encouraçado Bismarck da marinha alemã. Após vários disparos, um dos navios ingleses foi atingido por um projétil que atravessou sua parte superior e atingiu o depósito de munições, acarretando uma enorme explosão e seu afundamento.

Para realizar esse disparo no alcance máximo, desprezando a resistência do ar, os artilheiros do Bismarck dispararam o projétil

- a. obliquamente a  $45^\circ$  em relação ao nível do mar
- b. obliquamente a  $60^\circ$  em relação ao nível do mar.
- c. horizontalmente.
- d. verticalmente.

## Exercícios – Lançamentos - Dirigido



**01. (EEAR CFS-B 1)** Um corpo é lançado obliquamente com velocidade  $\vec{v}_0$ , formando um ângulo com a horizontal. Desprezando-se a resistência do ar, podemos afirmar que

- a. o módulo da velocidade vertical aumenta durante a subida.
- b. o corpo realiza um movimento retilíneo e uniforme na direção vertical.
- c. o módulo da velocidade no ponto de altura máxima do movimento vertical é zero.
- d. na direção horizontal o corpo realiza um movimento retilíneo uniformemente variado.

**02. (EEAR)** Uma partícula é lançada obliquamente a partir do solo e descreve o movimento representado no gráfico que relaciona a altura ( $y$ ), em relação ao solo, em função da posição horizontal ( $x$ ). Durante todo movimento, sobre a partícula, atua somente a gravidade cujo módulo no local é constante e igual a  $10\text{m/s}^2$ . O tempo, em segundos, que a partícula atinge a altura máxima é

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

**03. (EEAR)** Um jogador de basquete lança manualmente de uma altura “h” uma bola com uma velocidade de módulo igual a  $v_0$  e com um ângulo em relação a horizontal igual a  $\theta$ , conforme o desenho. No mesmo instante, o jogador sai do repouso e inicia um movimento horizontal, retilíneo uniformemente variado até a posição final  $x_F$ , conforme o desenho.

Considere que, durante todo o deslocamento, a bola não sofre nenhum tipo de atrito e que nesse local atua uma gravidade de módulo igual a “g”. A aceleração horizontal necessária que o jogador deve ter para alcançar a bola quando a mesma retorna a altura de lançamento “h” com a qual iniciou, é corretamente expressa por \_\_\_\_.

A.  $\frac{2v_0^2}{x_F}$

B.  $\frac{2v_0^2 \cos \theta}{x_F}$

C.  $\frac{v_0^2 \cos^2 \theta}{x_F}$

D.  $\frac{2v_0^2 \cos^2 \theta}{x_F}$

**04. (EEAR)** Um plano cartesiano é usado para representar a trajetória do lançamento de um projétil. O eixo vertical representa a altura (y) e o eixo horizontal a posição (x) do projétil lançado com uma velocidade de módulo igual a “v” sob um ângulo  $\theta$  em relação à horizontal, conforme o desenho. Durante todo o deslocamento, não há nenhuma forma de atrito.

A trajetória resultante do lançamento é uma parábola.

Na altura máxima dessa trajetória, podemos afirmar que o projétil possui:

A. apenas um vetor velocidade vertical de módulo igual a  $v \sin \theta$ .

B. apenas um vetor velocidade horizontal de módulo igual a  $v \cos \theta$ .

C. vetor velocidade com componente vertical não nula e menor que  $v \sin \theta$ .

D. vetor velocidade com componente horizontal não nula e menor que  $v \cos \theta$ .

## AULA 06 - VETORES

Na física frequentemente realizamos medidas. Essas medidas referem-se como dissemos anteriormente à grandezas, que podem ser: **escalares** ou **vetoriais**.

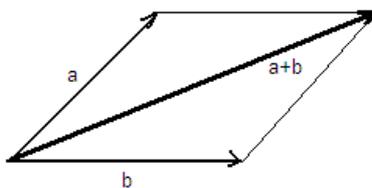
No caso de **grandezas vetoriais**, devemos informar o valor da medida a unidade e além disso, a direção e sentido daquela medida. A força é um exemplo de grandeza vetorial.

Para tratarmos grandezas vetoriais, devemos fazer uso de uma representação matemática para tal grandeza denominada **vetor**. Todo vetor, deve ter: módulo, direção e sentido.

Quando utilizamos vetores para representar uma **grandeza física**, não devemos esquecer de relacionar a unidade considerada. As operações básicas podem ser realizadas com vetores, de maneira **geométrica** ou **analítica**. Geometricamente existem duas formas de representar e somar vetores: a **regra do paralelogramo** e a **regra do polígono fechado**.

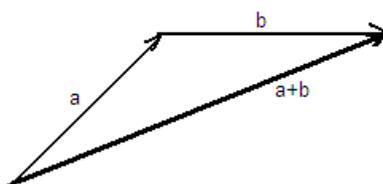
### Regra do paralelogramo

Os vetores a serem somados são representados a partir de uma mesma origem. O paralelogramo deve ser construído representando os lados paralelos dos dois vetores e a resultante será o vetor originado na origem e que termina onde os dois lados paralelos aos vetores se encontram.



### Regra do polígono fechado

Os vetores a serem somados, são representados ligando-se o final de um ao início do outro e a resultante é traçada ligando-se os pontos inicial e final dos vetores somados.



### Soma de vetores

Matematicamente, a resultante de dois vetores pode ser calculada usando a chamada **Lei dos cossenos**:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\theta}$$

- Onde **a** e **b** são os módulos dos vetores envolvidos na soma.
- Aqui  $\theta$  é o ângulo entre os vetores **a** e **b**.
- O resultado **R**, é o módulo do vetor soma obtido.



## Subtração de vetores

Matematicamente, a subtração de dois vetores pode ser calculada da mesma forma que uma soma, basta lembrar que  $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b})$ . onde o vetor  $-\mathbf{b}$  é o chamado vetor oposto de  $\mathbf{b}$ , que possui o mesmo módulo e direção do vetor  $\mathbf{b}$ , porém sentido contrário.

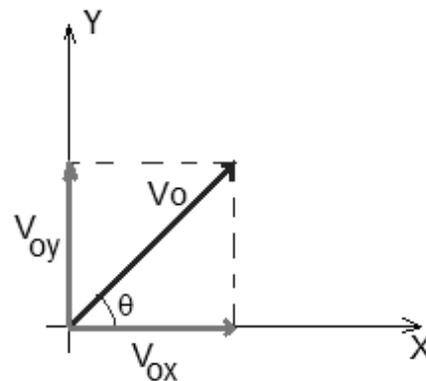
## Decomposição de Vetores

Decompor um vetor é representá-lo a partir de suas projeções ao longo de x e y. Seria como determinar o tamanho da sombra do vetor no eixo x e no eixo y, partindo do vetor original. Desta forma a regra simples é:

Aqui as componentes  $v_{0x}$  e  $v_{0y}$  são determinadas a partir do ângulo  $\theta$  da figura.

Desta forma temos:  $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \theta$      $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \theta$

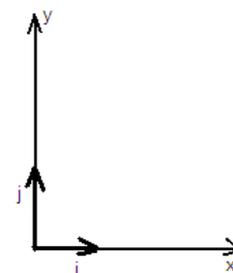
**Importante:** As componentes do vetor  $\mathbf{V}_0$  são apenas números, cujo valor dá o módulo da componente ao longo de cada eixo. O caráter vetorial é dado ao multiplicar este número por um vetor unitário.



## Vetores unitários

Ao representar vetores na forma de vetores unitários, utilizamos as projeções de vetores sobre um plano de vetores de tamanho igual a 1, representados por  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$ .

Os vetores são representados na forma:  $\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$ , e as operações de soma e subtração são realizadas apenas somando-se cada componente.



## Produto escalar de dois vetores

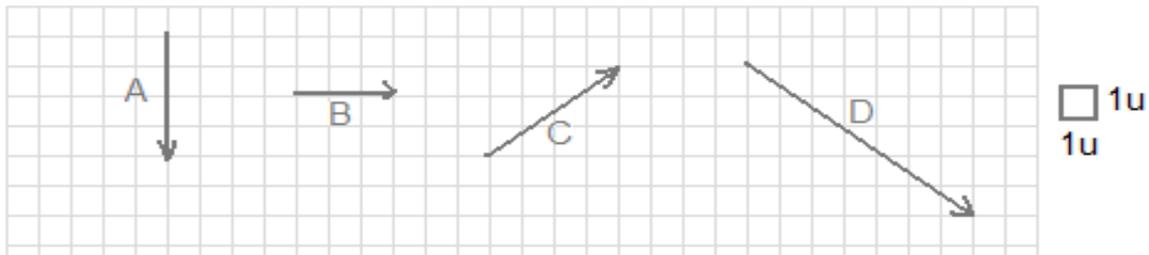
O produto escalar de dois vetores é descrito pela relação:  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cos \theta$

- Onde  $\theta$  é o ângulo entre os vetores  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ .



**Veamos dois exemplos:**

**Exemplo 1** – Dados os seguintes vetores abaixo,



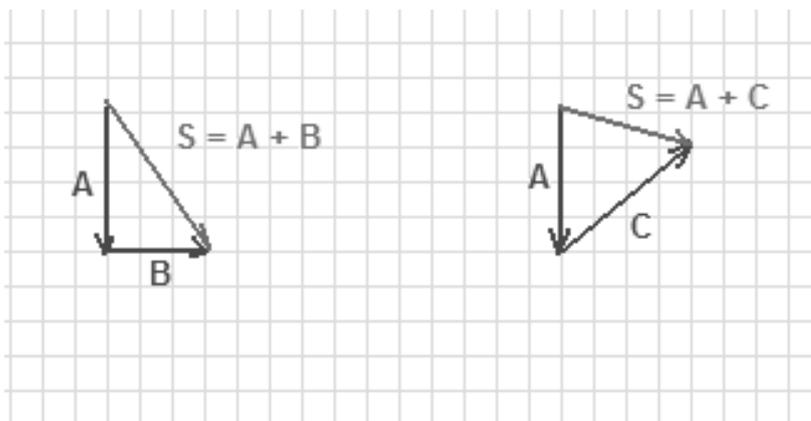
determine graficamente os seguintes vetores:

a)  $A + B$

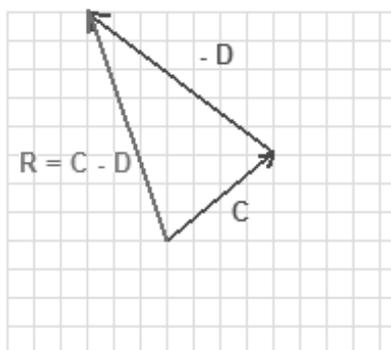
B.  $A + C$

C.  $C - D$

- Devemos lembrar que graficamente podemos usar a regra do polígono fechado para determinar as resultantes pedidas. Para  $A + B$  e  $A + C$  temos:



- Podemos usar a mesma regra para determinar  $C - D$ , apenas determinando o vetor  $-D$  e somando ao vetor  $C$ . Assim temos:



- Desta forma podemos determinar a resultante de dois vetores geometricamente! Para determinar o valor de cada resultante, podemos usar a **lei dos Cossenos**.



**Exemplo 2** – Em relação aos mesmos vetores iniciais, determine usando vetores unitários, o valor da resultante de  $C - D$ .

- Como vimos anteriormente, graficamente é relativamente fácil determinar a soma de dois vetores, porém seu valor numérico é um pouco mais difícil.
- Neste caso, para usar a lei dos cossenos, deveríamos conhecer o módulo de  $C$  (seu tamanho) e do vetor  $-D$ .
- Além disso, determinar o ângulo entre os vetores, para então determinarmos o valor do vetor resultante usando a Lei dos Cossenos. O nosso trabalho fica facilitado quando aplicamos os conhecimentos de vetores unitários.
- Assim, vamos escrever os vetores  $C$  e  $-D$ , na forma de vetores unitários, ou seja:

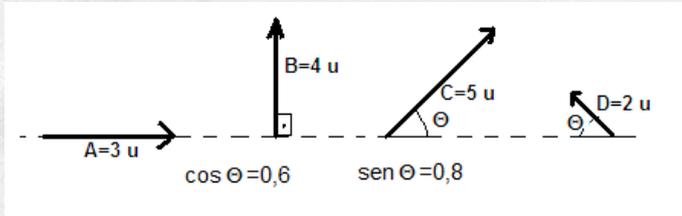
$$\vec{C} = C_x\vec{i} + C_y\vec{j}$$

$$\vec{C} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$$

- Pois o vetor  $C$  tem um tamanho de 4 unidades na direção  $x$  (sentido positivo) e 3 unidades na direção  $y$  (3 quadradinhos para cima). Da mesma forma, o vetor  $-D$  fica:  $-\vec{D} = -7\vec{i} + 5\vec{j}$
- Pois o vetor  $D$  tem um tamanho de 7 unidades na direção negativa de  $x$  (sentido negativo) e 5 unidades na direção  $y$  (5 quadradinhos para cima).
- Assim, o vetor resultante  $R = C - D$  é simplesmente a soma dos vetores  $C$  e  $-D$ , ou seja, somar as componentes  $x$  e  $y$  de  $C$  e  $-D$ , de modo que:  $\vec{R} = (4 - 7)\vec{i} + (3 + 5)\vec{j} = -3\vec{i} + 8\vec{j}$
- Repare que o resultado é exatamente o vetor  $R$  da figura, ou seja, 3 quadradinhos para trás em  $x$  e 8 para cima (eixo  $y$ ). Como queremos saber o módulo (valor) de  $R$ , basta somarmos vetorialmente suas componentes, ou seja, aplicar a relação de Pitágoras que nos dá:  $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$
- Ou seja:  $R = \sqrt{(-3)^2 + (8)^2} = \sqrt{9 + 64} = \sqrt{73} = 8,5 \text{ u}$  aproximadamente

**Exercícios – Vetores**
 **Correção em vídeo**

01. Em relação aos vetores abaixo, determine o vetor resultante em cada caso:



- A.  $A+B$
- B.  $A+C$
- C.  $B+D$
- D.  $A+D$
- E.  $A-D$
- F.  $C-D$

02. Ainda em relação à figura da questão anterior, determine as componentes x e y de cada vetor.

03. Represente os vetores A, B, C e D na forma de vetores unitários.

04. Determine o valor do vetor  $B+C$  usando a notação de vetores unitários.

05. Determine o vetor  $A+B+C$ .

06. Determine o vetor  $A+C-B$ .

07. Uma pessoa caminha em um passeio, num dia de domingo, 180 m do sul para o norte. A seguir desloca-se 240 m de oeste para leste. Qual o valor do deslocamento final desta pessoa?

08. Um carro desloca-se 50 km para leste, em seguida 30 km para o norte e, em seguida, 25 km na direção de  $30^\circ$  para nordeste. Desenhe um diagrama vetorial e determine o deslocamento total do carro a partir do ponto de partida.

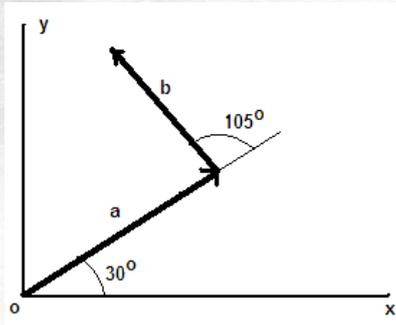
09. Dois vetores são dados por  $a = 4i - 3j + k$  e  $b = -i + j + 4k$ . Determine:

A.  $a + b$ ;

B.  $a - b$

C. um vetor  $c$  tal que  $a - b + c = 0$ .

10. Dois vetores  $a$  e  $b$  têm módulos iguais a 10 unidades. Eles estão orientados conforme a figura abaixo e a sua soma vetorial é  $r$ . Determine A. os componentes de  $r$ , B. o módulo de  $r$  e C. o ângulo que  $r$  faz com o eixo  $x$ .



11. Uma formiga desloca-se sobre o tampo de uma mesa lisa, com velocidade constante de  $v = 2i + 3j$  (cm, s). Após 5 segundos, determine:

A. o deslocamento da formiga na direção  $x$ .

B. o deslocamento da formiga na direção  $y$ .

C. o deslocamento total da formiga.

12. Duas forças  $A$  e  $B$  estão aplicadas em um mesmo ponto material. A força  $A$ , de intensidade 8,0 N, e a força  $B$ , de intensidade 5,0 N, formam vetores coplanares e que variando o ângulo  $\theta$  entre eles, resulta em um vetor resultante  $C$  de intensidade 7,0 N.

Dentre as alternativas abaixo, assinale aquela na qual está indicado corretamente o valor do ângulo  $\theta$ , em graus, entre os vetores  $A$  e  $B$  que torna válido a soma vetorial citada.

A. 30

B. 60

C. 120

D. 50

**13.** Um avião decola de uma cidade A, rumo a outra cidade B, distante 600 km ao norte de A. O piloto mantém a aeronave paralela ao eixo sul-norte, e com uma velocidade constante de 300 km/h, em sentido ao norte, durante toda a viagem. Ao final de duas horas de voo, era de se esperar que estivesse sobre a cidade B, porém, durante todo o trajeto de A até B o avião sofreu a ação de um vento lateral na direção oeste-leste, cujo sentido apontou para leste, com velocidade constante de 50 km/h.

Com base nessas informações, assinale a alternativa que indica a distância e a direção que o avião realmente estará da cidade B. Utilize os pontos cardeais:

- A. O avião estará a 50 km ao sul de B.
- B. O avião estará a 100 km ao leste de B.
- C. O avião estará a 50 km ao sudeste de B.
- D. O avião estará a 100 km ao nordeste de B.

**14.** Uma força, de módulo  $F$ , foi decomposta em duas componentes perpendiculares entre si. Verificou-se que a razão entre os módulos dessas componentes vale 3.

O ângulo entre esta força e sua componente de maior módulo é de:

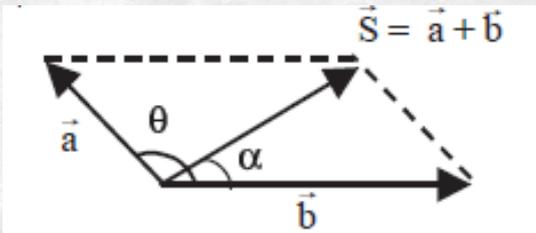
- A.  $30^\circ$ .
- B.  $45^\circ$ .
- C.  $60^\circ$ .
- D.  $75^\circ$ .

**15.** Um jovem desejando chegar a um determinado endereço recebe a seguinte orientação: “Para chegar ao destino desejado basta, a partir daqui, caminhar, em linha reta, uma distância de 300 metros. Em seguida, vire à direita, num ângulo de  $90^\circ$  e percorra uma distância, em linha reta, de 400 metros.”

Seguindo o trajeto proposto o jovem chegou ao seu destino, onde percebeu que a distância, em uma única linha reta, do ponto de partida até o seu destino final, era de \_\_\_\_\_ metros.

- A. 700
- B. 500
- C. 400
- D. 300

16. Na operação vetorial representada na figura, o ângulo  $\alpha$ , em graus, é: Dados:  $|b| = 2|a|$  e  $\theta = 120^\circ$



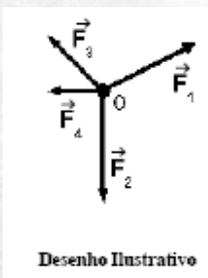
- A. 30
- B. 45
- C. 60
- D. maior que 60

17. (ESPCEX) Sabendo que  $a = 6\text{ N}$  e  $b = 4\text{ N}$ , o módulo do vetor soma dos vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ , que formam um ângulo de  $60^\circ$  entre si e atuam sobre um ponto material, vale:

Dados: considere  $\sin 60^\circ = 0,87$  e  $\cos 60^\circ = 0,50$ .

- A.  $2\sqrt{5}\text{ N}$ .
- B.  $2\sqrt{7}\text{ N}$ .
- C.  $2\sqrt{13}\text{ N}$ .
- D.  $2\sqrt{14}\text{ N}$ .
- E.  $2\sqrt{19}\text{ N}$ .

18. (ESPCEX) Uma partícula "O" descreve um movimento retilíneo uniforme e está sujeita à ação exclusiva das forças  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  e  $\vec{F}_4$  conforme o desenho abaixo.

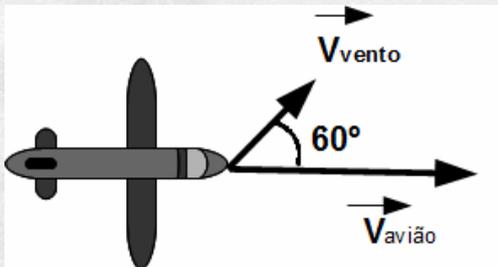


Podemos afirmar que:

- A.  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_4$ .
- B.  $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_2$ .
- C.  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_4 = \vec{F}_3$ .
- D.  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_4 = \vec{F}_3$ .
- E.  $\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1$ .

**Exercícios – Vetores – Dirigido** Correção em vídeo

**01. (EEAR CFS-B 1)** Um avião de brinquedo voa com uma velocidade de módulo igual a 16 km/h, numa região com ventos de velocidade de módulo 5 km/h. As direções da velocidade do avião e da velocidade do vento formam entre si um ângulo de  $60^\circ$ , conforme figura abaixo.



Determine o módulo da velocidade resultante, em km/h, do avião nesta região.

- A. 19
- B. 81
- C. 144
- D. 201

**02. (EEAR CFS-B)** Um corpo está submetido à ação de duas forças com intensidades 5 N e 4 N, respectivamente, que formam entre si, um ângulo de  $60^\circ$ .

O módulo da força resultante que atua sobre o corpo será

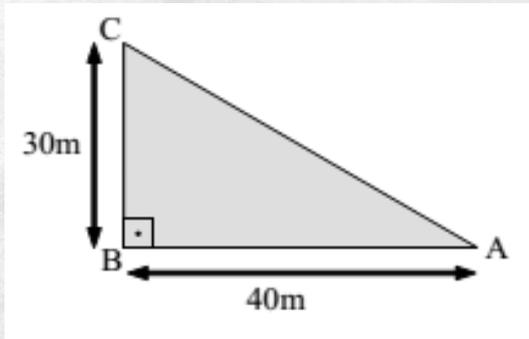
- A.  $\sqrt{29}$
- B.  $\sqrt{41}$
- C.  $\sqrt{61}$
- D.  $\sqrt{91}$

**03. (EEAR CFS-B)** Sobre uma mesa sem atrito, um objeto sofre a ação de duas forças  $F_1 = 9$  N e  $F_2 = 15$  N, que estão dispostas de modo a formar entre si um ângulo de  $120^\circ$ .

A intensidade da força resultante, em newtons, será de

- A.  $3\sqrt{24}$
- B.  $3\sqrt{19}$
- C.  $\sqrt{306}$
- D.  $\sqrt{24}$

**04. (EEAR CFS 1)** Duas crianças resolvem apostar corrida em uma praça cuja geometria é representada na figura abaixo.



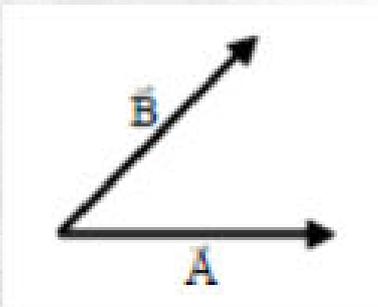
Sabendo que a criança I percorre o caminho ABC e que a criança II percorre o caminho AC, podemos afirmar que a diferença entre a distância percorrida pela criança I e a criança II, vale, em metros:

- A. 20
- B. 30
- C. 40
- D. 50

**05. (EEAR CFS 2)** A adição de dois vetores de mesma direção e mesmo sentido resulta num vetor cujo módulo vale 8. Quando estes vetores são colocados perpendicularmente, entre si, o módulo do vetor resultante vale  $4\sqrt{2}$ . Portanto, os valores dos módulos destes vetores são

- A. 1 e 7.
- B. 2 e 6.
- C. 3 e 5.
- D. 4 e 4.

**06. (EEAR)** Dois vetores A e B estão representados a seguir.



Assinale entre as alternativas aquela que melhor representa a resultante da operação vetorial  $A - B$ .

- A.
- B.
- C.
- D.

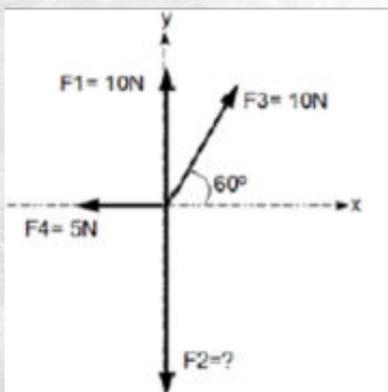
**07. (EEAR)** Um vetor de intensidade igual a  $F$  pode ser decomposto num sistema cartesiano de tal maneira que a componente  $F_x$ , que corresponde a projeção no eixo das abscissas, tem valor igual a  $\sqrt{3}/2 F_y$ , sendo  $F_y$  a componente no eixo das ordenadas. Portanto, o cosseno do ângulo  $\alpha$  formado entre o vetor  $F$  e a componente  $F_x$  vale \_\_\_\_\_.

- A.  $\sqrt{7}/2$
- B.  $2\sqrt{7}/7$
- C.  $\sqrt{21}/7$
- D.  $\sqrt{7}$

**08. (EEAR)** Dois vetores  $V_1$  e  $V_2$  formam entre si um ângulo  $\theta$  e possuem módulos iguais a 5 unidades e 12 unidades, respectivamente. Se a resultante entre eles tem módulo igual a 13 unidades, podemos afirmar corretamente que o ângulo  $\theta$  entre os vetores  $V_1$  e  $V_2$  vale:

- A.  $0^\circ$
- B.  $45^\circ$
- C.  $90^\circ$
- D.  $180^\circ$

**09. (EEAR)** A figura a seguir representa quatro forças  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  e  $F_4$  aplicadas sobre uma partícula de massa desprezível.

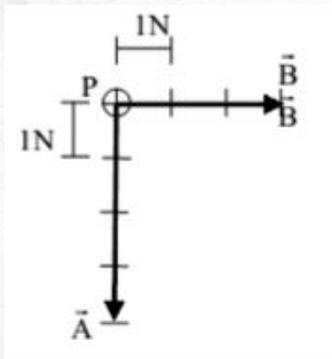


Qual deverá ser o valor de  $F_2$ , em newtons, para que a força resultante sobre a partícula seja nula?

(Dados:  $\sin 60^\circ = 0,86$ ;  $\cos 60^\circ = 0,5$ ).

- A. Zero
- B. 5
- C. 10
- D. 18,6

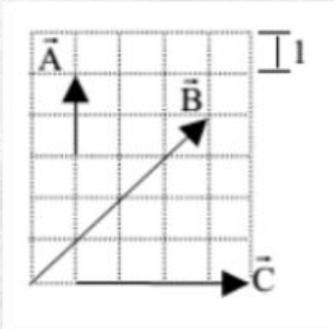
**10. (EEAR)** Sobre uma partícula P são aplicadas duas forças A e B, conforme o desenho. Das alternativas abaixo, assinale a qual representa, corretamente, a direção, o sentido e a intensidade, em newtons, de uma outra força C que equilibra a partícula P.



Considere os vetores A e B subdivididos em segmentos iguais que representam 1N cada um.

- A.
- B.
- C.
- D.

11. (EEAR) Considerando que a figura representa um conjunto de vetores sobre um quadriculado, assinale a alternativa que indica o módulo do vetor resultante desse conjunto de vetores.



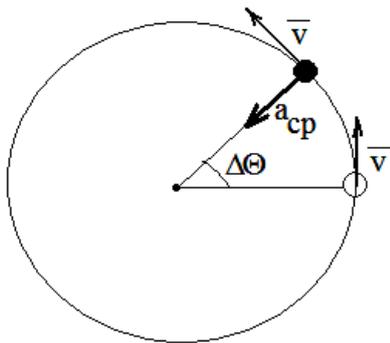
- A. 10
- B. 8
- C. 6
- D. 0

## AULA 07 - MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME - MCU

O movimento circular uniforme é um movimento no qual um corpo **descreve uma trajetória circular** com uma velocidade constante em módulo.

Neste tipo de movimento, a **velocidade** vetorial da partícula é sempre tangente à **trajetória** e aponta no sentido do movimento.

Como a **direção do vetor muda** com o tempo, a **velocidade muda** com o tempo, o que faz com que o MCU seja um movimento **acelerado!!!**



No Movimento circular uniforme

- o módulo da **velocidade** linear permanece constante
- porém a **direção** do vetor velocidade varia com o tempo, devido à **aceleração** centrípeta.

A aceleração atua na direção e sentido da força que faz com que a partícula descreva o movimento circular. Essa aceleração aponta para o centro da curva, e desta forma é chamada de **centrípeta**.

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Após uma volta completa, a partícula retorna a sua posição inicial.

- O **tempo** necessário para que a partícula descreva uma volta completa é denominado **período (T)**
- o **número de repetições** que ela descreve num determinado intervalo de tempo é denominado **frequência (f)** do movimento.

A frequência pode ser calculada por:  $f = \frac{n^\circ \text{ de voltas}}{\text{tempo}}$

Desta forma, a **unidade de frequência pode ser**: rotações por minuto, ciclos por hora, voltas por segundo.

Na física, chamamos a unidade “**por segundo**” ou  $s^{-1}$  de Hz (Hertz). Podemos ver que a frequência é o inverso do período.

$$T = \frac{1}{f}$$

**Ao descrever um movimento circular**, a partícula assume dois tipos de velocidade: a linear ou tangencial e a angular.



### Velocidade escalar linear

Pode ser calculada na forma de um M.U. e, portanto, é dada por:  $v = \Delta S / \Delta t$  ou ainda  $v = 2\pi R / T$

- **R** é o raio da trajetória e
- **T** o período.

### Velocidade angular média ( $\omega$ )

É calculada pela variação angular da partícula num determinado tempo:  $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

Para uma volta completa, podemos calcular a **velocidade angular média** por:  $\omega = 2\pi / T$

- A velocidade é dada em **radianos** por segundo



### Atenção Aluno

O **radiano** é o ângulo pelo qual o comprimento do arco é igual ao tamanho do raio da circunferência!

Como a **frequência** é o inverso do período, a **velocidade angular** de um corpo descrevendo um MCU pode ser escrita como sendo:  $\omega = 2\pi f$

Podemos associar a velocidade linear de um corpo em um MCU com a velocidade angular, pela expressão:

$$v = \omega \cdot R$$

### Vejamos alguns exemplos:

#### Exemplo 1

Um antigo toca-discos possui um diâmetro de **40 cm** e gira a uma frequência de **48 r.p.m.** Determine a **velocidade linear** e a **velocidade angular** de um ponto na parte mais externa do disco.

- Devemos lembrar que o **diâmetro** é o dobro do raio. Portanto o raio do disco é **20 cm**.
- Com a informação da frequência, podemos encontrar o período (o tempo necessário para uma volta) e assim teríamos:  $f = 48 \text{ r.p.m} = \frac{48}{60 \text{ s}} = 0,8 \text{ Hz}$
- Como o período é o inverso da frequência, temos que:  $T = \frac{1}{0,8} = 1,25 \text{ s}$
- A velocidade angular, pode ser calculada diretamente a partir do período, ou seja, a cada **1,25s** o disco percorre uma volta completa, ou um ângulo de  $2\pi$  radianos. Assim temos:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 0,8 = 1,6\pi \text{ rad/s}$$

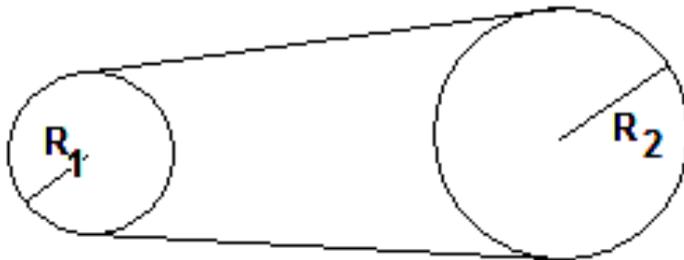
- A velocidade linear, pode ser calculada diretamente a partir da velocidade angular, o que nos dá:

$$v = \omega \cdot R = 1,6\pi \cdot 20 = 32\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}} \approx 100,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \approx 1 \text{ m/s}$$


**Exemplo 2**

Uma cinta funciona solidária com dois cilindros de raios  $R_1 = 5 \text{ cm}$  e  $R_2 = 15 \text{ cm}$ . Supondo-se que o cilindro maior tenha uma frequência de rotação  $f_2 = 100 \text{ rpm}$ :

- A. Qual a **frequência** de rotação do cilindro menor?  
 B. qual a **velocidade** linear da cinta?



**A** - Podemos encontrar a **frequência** do cilindro menor lembrando que a cinta deve ter a mesma velocidade em todos os pontos, assim podemos pegar dois pontos quaisquer da cinta e compará-los.

De acordo com a figura, temos:  $V_A = V_B$

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$

$$2\pi f_1 \cdot R_1 = 2\pi f_2 \cdot R_2$$

$$f_1 \cdot R_1 = f_2 \cdot R_2$$

Substituindo os valores do enunciado, temos:

- $f_1 \cdot 5 = 100 \cdot 15$
- $f_1 = 300 \text{ rpm}$

**B** - Podemos encontrar a **velocidade** da cinta usando qualquer uma das polias.

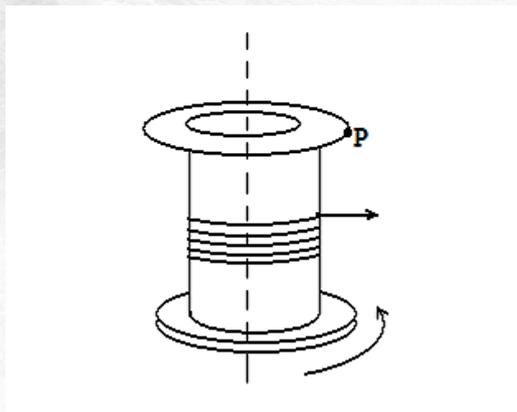
- Escolhendo a polia 1, temos que:  $v_1 = \omega_1 R_1 = 2\pi f_1 \cdot R_1 = 2\pi \cdot 300 \cdot 5 = 3000\pi \text{ cm/min}$
- Que podemos converter para **m/s** apenas modificando cada uma das unidades:

$$v_1 = 3000\pi \text{ cm} / \text{min} = 30\pi \text{ m} / 60 \text{ s} = \frac{\pi}{2} \text{ m/s}$$

**Exercícios - Movimento Circular Uniforme – MCU**  **Correção em vídeo**

**01.** Uma partícula está em movimento circular, de raio igual a 10 cm, com a velocidade angular de 0,20 rad/s. Determine a velocidade linear, em km/h.

**02.** O raio do cilindro de um carretel mede 2 cm. Uma pessoa, em 10s, desenrola uniformemente 50 cm de linha que está em contato com o cilindro.



- A. Qual o valor da velocidade linear de um ponto da superfície do cilindro?  
B. Qual a velocidade angular de um ponto p distante 4 cm do eixo de rotação?

**03.** Dada a função horária  $\phi = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot t$  (rad,s) de um MCU, de raio  $R=0,5m$ , determine:

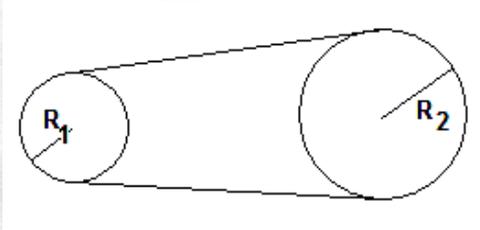
- A. o período e a frequência do movimento;  
B. a velocidade linear;  
C. a aceleração centrípeta.

**04.** O Japão é um país diametralmente oposto ao Brasil, no globo terrestre. Quer-se enviar uma correspondência do Japão ao Brasil por um satélite em órbita rasante sobre a Terra. Adote o raio da Terra  $R=6400$  Km,  $g= 10$  m/s<sup>2</sup>,  $\pi = 3,14$  e despreze a resistência do ar.

Considere que o satélite tem velocidade de módulo constante e que é razoável desprezar o movimento de rotação da Terra para este fim.

- A. qual a aceleração do satélite?  
B. quanto tempo leva a correspondência para chegar ao Brasil?

**05.** Uma cinta funciona solidária com dois cilindros de raios  $R_1=10$  cm e  $R_2=50$  cm. Supondo-se que o cilindro maior tenha uma frequência de rotação  $f_2= 60$  rpm:



- A. Qual a frequência de rotação do cilindro menor?  
 B. qual a velocidade linear da cinta?

**06.** Um móvel em MCUV parte com a velocidade angular de  $10\pi$  rad/s e atinge a de  $15\pi$  rad/s em 4s. Calcule:

- A. a aceleração angular;  
 B. o número de voltas dadas em 4s.

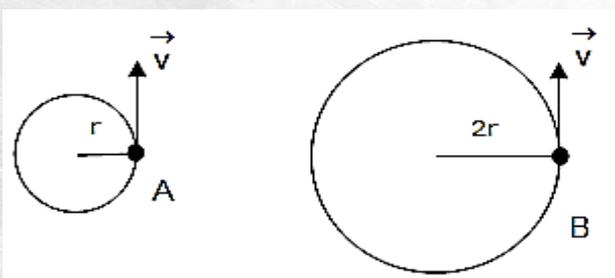
**07. (UFPR)** Um ventilador gira à razão de 900 rpm. Ao desligá-lo, seu movimento passa a ser uniformemente retardado, até parar após 75 voltas.

Qual o tempo transcorrido desde o momento de desligá-lo até sua parada completa?

**08. (AFA)** Um veículo faz uma curva de raio  $R$ , sem derrapar, apesar de não haver atrito. Nesse caso, o ângulo de inclinação da pista é tal que sua tangente é igual a  $1/2$ . Isso posto, podemos afirmar que a força:

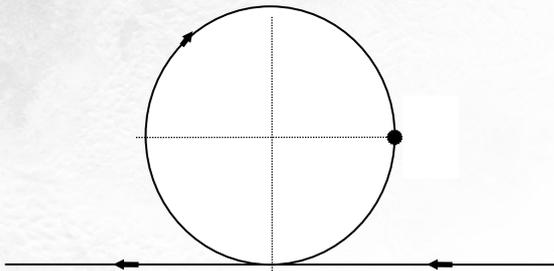
- A. normal é metade do peso do veículo.  
 B. centrípeta máxima é metade da força normal.  
 C. centrípeta máxima é metade do peso do veículo.  
 D. normal é metade da soma do peso e da centrípeta.

**09. (AFA)** Dois corpos **A** e **B** giram em movimento circular uniforme presos aos extremos de cordas de comprimentos, respectivamente,  $r$  e  $2r$ . Sabendo que eles giram com a mesma velocidade tangencial, pode-se dizer que



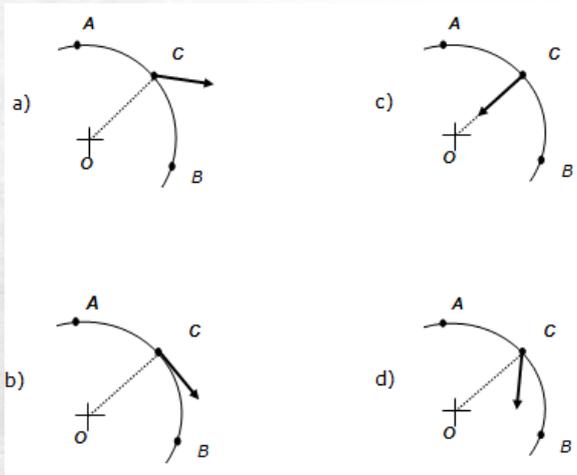
- A. ambos desenvolverão mesma velocidade angular.
- B. ambos estarão submetidos à mesma força centrípeta.
- C. num mesmo intervalo de tempo o corpo A dará maior número de voltas que o B.
- D. o corpo A desenvolve menor aceleração centrípeta que o B.

**10. (AFA)** Um piloto de 80 kg executa um *loop* perfeito de raio 90 m. Se no ponto **P** do *loop*, conforme figura, a velocidade do avião é de 216 km/h, o módulo da força com a qual o piloto comprimirá a poltrona, em newtons, é igual a

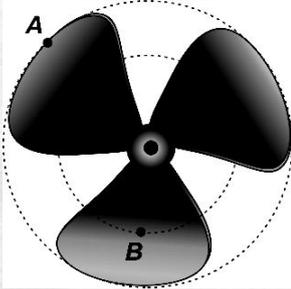


- A. 1800.
- B. 2400.
- C. 2700.
- D. 3200.

**11. (AFA)** Um corpo desenvolve movimento circular em um plano horizontal. Se no ponto A a velocidade escalar tem intensidade menor que no ponto B, então a opção em que o vetor aceleração em C está **MELHOR** representado é



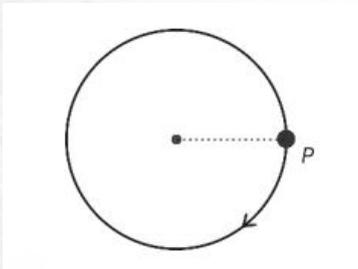
12. (AFA) Observe os pontos  $A$  e  $B$  marcados nas pás de um ventilador que gira com frequência constante, conforme a figura abaixo.



É **INCORRETO** afirmar que em  $A$

- A. a velocidade escalar é maior que em  $B$ .
- B. a aceleração é menor que em  $B$ .
- C. a velocidade angular é a mesma que em  $B$ .
- D. o período é o mesmo que em  $B$ .

13. (AFA) Uma partícula descreve trajetória circular com movimento uniforme, no sentido horário, como mostra a figura.



O conjunto de vetores que melhor representa a força resultante  $\vec{F}$ , a velocidade  $\vec{v}$  e a aceleração  $\vec{a}$  da partícula, no ponto  $P$  indicado na figura é

a)

b)

c)

d)

14. Em uma pista circular de raio igual a 600 m um ciclista executa movimento circular uniforme. Admitindo que o mesmo executa uma volta completa em 10 min, qual deve ser, em m/s, a velocidade linear deste ciclista?

- A.  $2\pi$ .
- B.  $3\pi$ .
- C.  $6\pi$ .
- D.  $12\pi$ .

15. (EEAR) Uma mosca pousa sobre um disco que gira num plano horizontal, em movimento circular uniforme, executando 60 rotações por minuto. Se a distância entre a mosca e o centro do disco é de 10 cm, a aceleração centrípeta, em  $\pi^2 \text{ cm/s}^2$ , a qual a mosca está sujeita sobre o disco, é de:

- A. 20.
- B. 40.
- C. 60.
- D. 120.

16. (EFOMM) Para explicar como os aviões voam, costuma-se representar o ar por pequenos cubos que deslizam sobre a superfície da asa. Considerando que um desses cubos tenha a direção do seu movimento alterada sob as mesmas condições de um movimento circular uniforme (MCU), pode-se afirmar corretamente que a aceleração \_\_\_\_ do “cubo” é \_\_\_\_ quanto maior for o módulo da velocidade tangencial do “cubo”.

- A. tangencial; maior.
- B. tangencial; menor.
- C. centrípeta; menor.
- D. centrípeta; maior.

17. (EFOMM) Devido ao mau tempo sobre o aeroporto, uma aeronave começa a executar um movimento circular uniforme sobre a pista, mantendo uma altitude constante de 1000 m. Sabendo que a aeronave possui uma velocidade linear de 500 km/h e que executará o movimento sob um raio de 5 km, qual será o tempo gasto, em h, para que essa aeronave complete uma volta.

- A.  $\pi/50$ .
- B.  $\frac{10}{4}\pi$ .
- C.  $10\pi$ .
- D.  $\frac{50}{4}\pi$ .

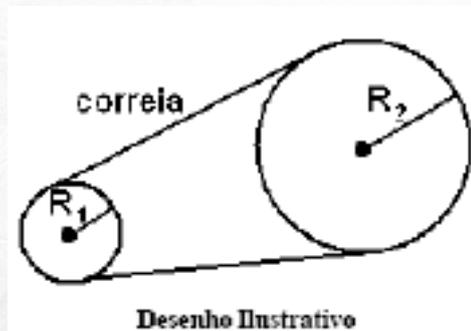
**18. (EEAR)** Pilotos de aviões-caça da Segunda Grande Guerra atingiam até a velocidade de 756 km/h em mergulho. A essa velocidade podiam realizar uma manobra em curva com um raio aproximado, em m, de:

**OBS:** a aceleração máxima que um ser humano suporta sem desmaiar é de  $70 \text{ m/s}^2$ .

- A. 30
- B. 130
- C. 330
- D. 630

**19. (ESPCEX)**

Uma máquina industrial é movida por um motor elétrico que utiliza um conjunto de duas polias, acopladas por uma correia, conforme figura abaixo.



A polia de raio  $R_1 = 15 \text{ cm}$  está acoplada ao eixo do motor e executa 3000 rotações por minuto. Não ocorre escorregamento no contato da correia com as polias.

O número de rotações por minuto, que a polia de raio  $R_2 = 60 \text{ cm}$  executa, é de:

- A. 250
- B. 500
- C. 750
- D. 1000
- E. 1200

## Exercícios - Movimento Circular Uniforme – MCU - Dirigido

**01. (EEAR CFS-B 2)** Uma hélice de avião gira a 2800 rpm. Qual a frequência ( $f$ ) de rotação da hélice, em unidades do Sistema Internacional (SI)? Adote  $\pi \cong 3$ .

- A. 16,7
- B. 26,7
- C. 36,7
- D. 46,7

**02. (EEAR CFS-B 2)** Duas polias estão acopladas por uma correia que não desliza. Sabendo-se que o raio da polia menor é de 20 cm e sua frequência de rotação  $f_1$  é de 3600 rpm, qual é a frequência de rotação  $f_2$  da polia maior, em rpm, cujo raio vale 50 cm?

- A. 9000
- B. 7200
- C. 1440
- D. 720

**03. (EEAR CFS 1)** Considere as seguintes afirmações sobre o movimento circular uniforme (MCU):

- I. Possui velocidade angular constante.
- II. Possui velocidade tangencial constante em módulo, mas com direção e sentido variáveis.
- III. A velocidade angular é inversamente proporcional à frequência do movimento.
- IV. Possui uma aceleração radial, com sentido orientado para o centro da trajetória.

Das afirmações anteriores, são corretas:

- A. I e II
- B. II e III
- C. I, II e IV
- D. todas

**04. (EEAR CFS 2)** Um ponto material descreve um movimento circular uniforme com o módulo da velocidade angular igual a 10 rad/s. após 100 s, o número de voltas completas percorridas por esse ponto material é **Adote  $\pi = 3$ .**

- A. 150
- B. 166
- C. 300
- D. 333

**05 (EEAR)** Calcule a velocidade tangencial, em km/h, do movimento de translação do planeta Terra em torno do Sol. Para esse cálculo considere:

- 1 - Que a luz do Sol leva 8 minutos para chegar até a Terra.
- 2 - A velocidade da luz no vácuo igual a  $3.108 \text{ m/s}$ .
- 3 - As dimensões da Terra e do Sol devem ser desprezadas.
- 4 - O raio do movimento circular da Terra em torno do Sol como a distância que a luz percorre em 8 minutos.
- 5 - O movimento da Terra em torno do Sol como sendo um Movimento Circular Uniforme (MCU).
- 6 - O valor de  $\pi = 3$ .
- 7 - Um ano = 360 dias.

- A. 10000
- B. 24000
- C. 36000
- D. 100000

**06. (EEAR)** Uma roda de bicicleta é composta de uma catraca (C), um pneu (P), 8 raios (R) e um aro (A). A distância (D) do centro da catraca a borda do pneu é de 0,6 m, conforme o desenho. A catraca está unida aos raios que por sua vez estão presos ao aro. O pneu é preso ao aro. Essa montagem permite que a catraca e o pneu girem juntos e coaxialmente. Se a frequência de rotação da catraca é igual a 5 rotações por segundo, a velocidade tangencial do pneu, em  $\pi \text{ m/s}$ , é igual a:

- A. 3
- B. 5
- C. 6
- D. 10

**07. (EEAR)** O movimento de rotação de uma polia de raio igual a 20 cm é transmitido a outra de raio 5 cm por meio de uma correia que não desliza, conforme o desenho.

Como a polia maior gira com uma frequência igual a 400 rotações por minuto (rpm), a frequência, em rpm, da polia menor é:

- A. 1600
- B. 400
- C. 100
- D. 25

**08. (EEAR)** Numa pista circular de raio igual a 200 m, dois ciclistas, A e B, partem simultaneamente e exatamente do mesmo ponto, em sentidos contrários e ambos executando M.C.U. O ciclista A com velocidade linear constante de  $2\pi$  m/s e o ciclista B com velocidade angular constante de  $2\pi \cdot 10^{-2}$  rad/s. De acordo com os dados da questão, é correto afirmar que:

A. os ciclistas, A e B, chegam ao ponto de partida sempre ao mesmo tempo, completando ao mesmo tempo cada volta.

B. o ciclista A chega ao ponto de partida 100 s antes do ciclista B, ou seja, completando a primeira volta antes do ciclista B.

C. o ciclista B chega ao ponto de partida 100 s antes do ciclista A, ou seja, completando a primeira volta antes do ciclista A.

D. o ciclista B chega ao ponto de partida 50 s antes do ciclista A, ou seja, completando a primeira volta antes do ciclista A.